

Regularidades no lineales en índices accionarios: una aproximación con redes neuronales

Autores: Christian A. Johnson*
Miguel A. Padilla**

* Escuela de Negocios, Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago, Chile

**Instituto de Ciencias Humanísticas y Económicas de la Escuela Superior
Politécnica del Litoral (ESPOL), Guayaquil, Ecuador

I. Introducción

La no-linealidad inherente en los datos financieros y económicos ha sido observada por mucho tiempo e investigadores han reconocido las limitaciones de técnicas econométricas que asumen una relación lineal como una aproximación. La asunción de linealidad se ha usado convenientemente en parte porque el coeficiente estimado de estos modelos es de fácil interpretación y por otro lado porque la aplicación numérica era complicada en su momento.

Reciente avances en materia de tecnología computacional han relajado las restricciones o complejidades en calcular modelos y han llevado al desarrollo de técnicas econométricas no-lineales como la regresión de *regime-switching* de Markov. Además, investigadores en la comunidad financiera recientemente han adoptado otras aproximaciones y técnicas de estimación non-lineales usadas en las ciencias físicas y biológicas como son las redes neuronales artificiales¹. Aunque son solo un tipo de las múltiples herramientas estadísticas para modelar relaciones no lineales, parecen estar rodeadas de mucho misterio y algunas veces de una mala interpretación.

Debido a que tienen sus raíces en la neurofisiología y las ciencias cognitivas, las redes neuronales artificiales asumen cualidades similares al cerebro como son la capacidad de auto aprendizaje, habilidades de encontrar solución a problemas, y finalmente cognición y *autoconocimiento*. Alternativamente, las redes son a menudo vistas como una “caja negra” que puede producir predicciones con mucha exactitud bastando un pequeño modelamiento.

Las redes neuronales artificiales (RNA) son modelos diseñados para simular el funcionamiento del cerebro y, en particular, la forma como éste procesa información. Dentro del contexto del análisis de series de tiempo, se clasifican como modelos no lineales entrenados para realizar conexiones entre los valores pasados y presentes de una serie de tiempo y extraer estructuras y relaciones escondidas que rigen el sistema de información². El atractivo de este enfoque, inspirado en la neurología, es su habilidad para aprender, es decir, para identificar dependencias con base en una muestra finita, de manera que el conocimiento adquirido pueda ser generalizado a muestras no observadas (Herbrich et al., 1999). Aunque, como señalan Kuan y White (1994), las redes neuronales y sus algoritmos de aprendizaje asociados están todavía lejos de ofrecer una descripción acertada de cómo funciona el cerebro, éstas se han constituido en un marco de modelación muy poderoso e interesante cuyo potencial ha sido comprobado en diversas aplicaciones en todas las ciencias.

¹ “Artificiales” se usa a menudo para distinguir modelos matemáticos de redes neuronales con su contraparte biológica. En adelante se omitirá este adjetivo.

² Según Shachmurove y Witkowska (2000)

Muchos investigadores son atraídos hacia ese enfoque porque las redes neuronales no están sujetas a supuestos restrictivos como la linealidad, que suele ser necesaria para la aplicación de los modelos matemáticos tradicionales, bajo este criterio han funcionado muy bien para la valoración de activos derivados y la determinación de cobertura³, ya que la fórmula de Black & Scholes está restringida a la normalidad de sus variables.

La popularidad de las redes para manejar datos e información compleja puede haber contribuido considerablemente a la difusión e implementación de modelos de redes neuronales en la economía y la econometría. Herbrich, et al. (1999) señalan tres campos principales en los cuales se ha concentrado la aplicación de estos modelos en la economía: i) clasificación de agentes económicos, ii) pronóstico de series de tiempo y iii) modelaje de agentes con racionalidad limitada. El segundo campo ha sido de especial importancia. Franses y Van Dijk (2000) señalan que anualmente se publican alrededor de 20 ó 30 artículos relacionados con el pronóstico y modelación, con el uso de las redes neuronales, de precios de acciones, tasa de cambios, tasas de interés, producto interno bruto, y la inflación entre otros. Tanto estos autores como Tkacz y Hu (1999), atribuyen la creciente boga de estos modelos y su aplicación a series de tiempo, a la capacidad que poseen para permitir relaciones no lineales muy generales entre las variables. En efecto, esto quiere decir que con suficiente nodos o capas ocultas (que se definirán más adelante) y bajo ciertas condiciones, una red neuronal puede aproximar cualquier relación, aun no lineal, no importando cuan extraño ni que tipo de no linealidad⁴. Asimismo, las RNA son una herramienta importante en la modelación de variables en las cuales la existencia de un modelo estructural no es clara, pues no parten de supuestos a-priori sobre los datos para el pronóstico y todo lo que de ellas puede decirse es inherente a las observaciones (Evans, 1997). El objetivo de este trabajo es modelar el comportamiento de los índices accionarios de veinticinco países, incluido el Dow Jones y Standard & Poor en los Estados Unidos para encontrar regularidades entre ellos y constrañéndolos con los modelos tradicionales autorregresivos según la metodología Box-Jenkins. Este estudio es una alternativa al realizado por Johnson y Soriano (2004) que a diferencia de encontrar asimetrías en los retornos de los índices bursátiles se busca la no linealidad en esta variable.

El estudio se divide en 5 secciones: la sección dos muestra una revisión de la literatura acerca de las redes neuronales, la sección tres presenta la metodología y data que se utilizará en el trabajo, el análisis de los resultados serán expuestos en la parte cuatro. Finalmente se presentarán las conclusiones del estudio.

³ Véase Hutchinson y Lo (1994).

⁴ Hornik, Stinchcombe y White (1989): "Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximator". Neural Networks, Vol 3, pp. 551-560.

II. Motivación

Desde el ahora famoso pronunciamiento de Keynes (1936) acerca de que la mayoría de las decisiones de los inversionistas “pueden solo ser tomadas como resultado de espíritus animales, es decir, de un impulso espontáneo de actuar mas que de permanecer quieto, y no como resultado de un promedio ponderado de beneficios multiplicados por probabilidades cuantificadas”, muchas investigaciones han sido dedicadas a examinar la eficiencia en la estructura de precio de Mercado de las acciones. Fama (1970) en su paper seminal⁵, establece que los retornos de los activos financieros, con especial énfasis en las acciones, no pueden ser predecibles. Aquí es donde nace la noción de la Hipótesis de Mercados Eficientes (HME).

La idea que encierra la HME es que los precios de los activos incorporan toda la información pasada y presente disponible hasta el momento de la valoración que se haga del mismo⁶, por lo cual dentro de un contexto de racionalidad, implica que nos es posible que un agente obtenga retornos anormales. Situándonos en el horizonte largo de tiempo, ningún inversionista privado o institucional podría ganarle al mercado. Dado esto la mejor representación de la capacidad predictiva se consigue con un camino aleatorio o *random walk* (RW) representado de la siguiente manera:

$$P_t = P_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\Delta P_t = \varepsilon_t$$

donde P_t es el precio de la acción en el período t y ε_t es un *shock* aleatorio que se distribuye (μ, σ^2) . En otras palabras, el cambio en el nivel de precios de una acción es aleatorio, y por ende, impredecible.

Solo la llegada de nueva información o noticias produciría un cambio en el precio⁷, y por ende, en el retorno del activo. Esta información no puede ser inferida de la información del pasado, por lo cual es independiente en el tiempo e impredecible.

Sin embargo, muchos han sido los esfuerzos de encontrar discrepancia entre los conceptos de eficiencia y predictibilidad. La causa radica en la existencia de un componente estructural o de largo plazo del mercado que es posible capturar y proyectar en el tiempo. Keim y Stambaugh (1986) encuentran significancia estadística de predictibilidad en los precios de acciones basado en ciertas variables. Lo y MacKinlay (1987) testea la hipótesis de *random walk* y encuentra fuerte evidencia que la rechaza.

⁵ Fama E. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," Journal of Finance.

⁶ Dependiendo de la medida de información la eficiencia de un mercado de puede clasificar en: débil, semi-fuerte y fuerte.

⁷ Para una mayor detalle sobre como se lleva a cabo este proceso léase a Gregoire y Zurita (1995) donde se revisa y discute esta literatura.

De acuerdo con lo anterior hay un creciente interés en construir modelos que permitan caracterizar el precio de la acción o su rendimiento. Debido a que en años anteriores el grado de avance econométrico y computacional era limitado, éstos se enmarcaban en la determinación de modelos lineales tales como series de tiempo univariado (Box-Jenkins, 1970).

Dado los mayores avances que muestra la econometría y en especial la financiera en el estudio de series de tiempo, es el uso y estimación de relaciones económicas no lineales, que hacen atractivo la implementación de las redes neuronales artificiales.

Este estudio profundiza el presentado por Shahmurove y Witkowska (2000) en el sentido que trata de buscar adicional a las predicciones, regularidades no lineales. Además cubre una amplia gama de países, incluyendo menos desarrollados y tiene un amplio periodo como muestral. Asimismo se incluyen pruebas para determinar el rendimiento de las predicciones.

II.1. Revisión literaria

Ahora, antes de ir a una discusión formal de las redes neuronales, se dará un ejemplo financiero simple⁸ que motiva el interés en modelos no lineales. Este ejemplo, sugerido primero por Robert Merton, incluye la asignación de activos o riqueza cada mes entre los Tbills y el Índice S&P 500 empezando en enero de 1926 y terminando en diciembre de 1993. Si tenemos 1 dólar de inversión en Tbills reinvertido mes a mes, crece hasta 12 dólares al final de los 67 años, mientras que la misma inversión colocada en el S&P 500 rentaría unos 800 dólares. Qué sucede si se tiene las habilidades de un perfecto *market-timig* de manera que al inicio de cada mes se sabe con seguridad qué clase de activo tendría un mejor desempeño. Empezando con la misma inversión de 1 dólar en enero de 1926 y cambiando cada mes entre Tbills o S&P 500 según la mejor alternativa se tendría la cantidad de US\$ 1.038.317.644. Lo anterior no es un error tipográfico, con habilidades perfectas en la asignación de activos, un dólar habría crecido a más de un billón de dólares.

Por supuesto, nadie tiene las habilidades perfectas para asignar activos, por lo tanto, el retorno en la práctica será una pequeña fracción de US\$ 1.038.317.644. Sin embargo, no se toma una fracción del monto anterior para poder superar los 800 dólares de redituó el S&P 500. Este es quizá el mayor aspecto en la administración que agobia a los inversionistas: aún una pequeñísima ventaja en un mercado muy competitivo se puede traducir en

⁸ Andrew Lo (1994), *Neural Networks and Other Nonparametric Techniques in Economics and Finance*.

atractivos retornos en el tiempo. Descubriendo y modelando no linealidades debe proveer estas pequeñas ventajas.

Las redes neuronales tratan de resolver de forma eficiente problemas que pueden encuadrarse dentro de tres extensos grupos: optimización, reconocimiento y generalización⁹. Estos tres tipos abarcan un elevado número de situaciones, lo que hace que el campo de aplicación de las redes neuronales en la gestión empresarial sea muy amplio.

Dentro de los problemas de optimización, se trata de determinar una solución que sea óptima, aplicando generalmente redes neuronales realimentadas, como el modelo de Hopfield¹⁰, redes de adaptación probabilística, de memorias auto asociativas, que aprenden a reconstruir los patrones de entrada que memorizaron durante el entrenamiento. En la gestión de empresa, son decisiones de optimización hallar los niveles de tesorería, de producción, política de inventario, construcción de carteras óptimas, etc. Asimismo, en los problemas de reconocimiento, se entrena una red neuronal con insumos como sonidos, números, letras y se procede a la fase de test presentando esos mismos patrones con ruido. Este es uno de los campos más fructíferos en el desarrollo de redes neuronales y casi todos los modelos: perceptrón, también redes de Hopfield, mapas autoorganizados de Kohonen¹¹, etc., han sido aplicados con mayor o menor éxito. Finalmente en los problemas de generalización, la red neuronal se entrena con unas variables de entradas y el test se realiza con otros casos diferentes. Problemas típicos de generalización son los de clasificación y predicción.

White (1992) y Kuan y White (1994) popularizaron el enfoque de redes neuronales en economía. Desde entonces ha sido utilizada para analizar decisiones para otorgar créditos bancarios (Witkowska 1999, Olmedo y Fernández 1997, Zurada 1998), clasificación de obligaciones tanto internacionales como locales (Singlenton y Surkan 1995), adquisiciones y fusiones corporativas (Fairclough y Hunter 1998), detección de *bankruptcy* (Shah y Murtaza 2000, Tan y Dihadjo 2001)¹², resultados corporativos (Wilson, Chong y Peel, 1995) y proyecciones macroeconómicas y financieras (Moshiri et al. 1999, Martin et al. 1997, Qi 1999, Yao et al. 1999, El-Shazly y El-Shazly 1999, y

⁹ Serrano Cinca y Gallizo Larraz (1996): Las Redes Neuronales Artificiales en el Tratamiento de la Información Financiera.

¹⁰ Hopfield, J. (1982): "Neural Networks & Physical Systems with Emergent Colective Computational Abilities" Proceedings of the National Academy of Sciences, 79, pp. 2554-2558.

¹¹ Para un mayor detalle ver: T. Kohonen, T. "Self-Organizing Maps", Springer Series in Information Sciences, Vol. 30, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2001.

¹² Shah y Murtaza (2000) utilizan redes neuronales basadas en procedimientos de Cluster.

Fu 1998)¹³. Wu y Wang (2000) usan una red neuronal para clasificar postulaciones de crédito en grupos factibles de ser aceptados o rechazados, y compara los resultados del modelo con las decisiones reales tomadas por los analistas de crédito. Ellos encuentran que las redes neuronales poseen una capacidad predictiva superior y que pueden ser muy útiles para mejorar las decisiones de otorgamiento de créditos.

Son todavía muy pocos los artículos que se encuentran publicados en revistas internacionales, aunque el *Financial Analysts Journal* o *The Journal of Banking and Finance*, están empezando a recoger artículos sobre aplicaciones de redes neuronales, alguno de ellos firmado por investigaciones tan renombradas como Altman, Marco y Varetto (1994). Sin embargo, El primer artículo sobre redes neuronales que maneja información financiera fue realizado por White (1988), quien estudió la predicción de los precios de las acciones con un modelo de red neuronal. El modelo predecía mejor que el modelo de series temporales que utilizaba, un modelo lineal autorregresivo. El perceptrón multicapa es utilizado como análisis técnico, sin incluir variables fundamentales.

El enfoque de redes neuronales también ha sido muy útil en el campo del análisis de los precios de activos. Dada la alta frecuencia de información diaria o intra-diaria disponible su uso radica en la proyección precios o retornos. En Chile hay un estudio (Bach y Hansen 2002) que presenta predicciones de los retornos accionarios de ENDESA utilizando información intra-diaria, demostrando la superioridad de estos modelos sobre alternativas lineales. Otra aplicación en las Finanzas es el estudio de efectos contagio entre diferentes índices. Lim y McNelis (1998) analizan la influencia que el Nikkei (Japón) y el Standard & Poor's (EEUU) tienen sobre el índice accionario australiano (Australian All-Ordinaries Index). Basándose en estadísticos que evalúan proyecciones, encontraron que los modelos de redes tienen un mejor desempeño que modelos estructurales tradicionales como son los mínimos cuadrados y los modelos de volatilidad lineal tipo GARCH-Ms.

II.2. Redes Neuronales Artificiales

Las redes neuronales artificiales son modelos estadísticos no lineales y no paramétricos utilizados principalmente para la clasificación y predicción de datos y variables. "No paramétrico" significa que no necesitan de asunciones paramétricas, tales como normalidad en la distribución de los errores, que se presentan en los típicos modelos de regresión lineal. Es su intento el imitar algunos mecanismos de procesamiento de información que ocurren en el sistema nervioso de los organismos biológicos y siendo producto de la selección natural, dichos mecanismos deben ser efectivos y eficientes.

¹³ Ver también Granger and Terasvirta (1993), Gately (1996), Campbell et al. (1997), y Franses y van Dijk (2000).

Todos los modelos, ya sean lineales o no lineales, tienen como objeto servir de aproximaciones útiles de la realidad, y nunca tienen la pretensión de sustituirlas, por lo tanto las redes neuronales artificiales son simplificaciones útiles de las redes neuronales naturales.

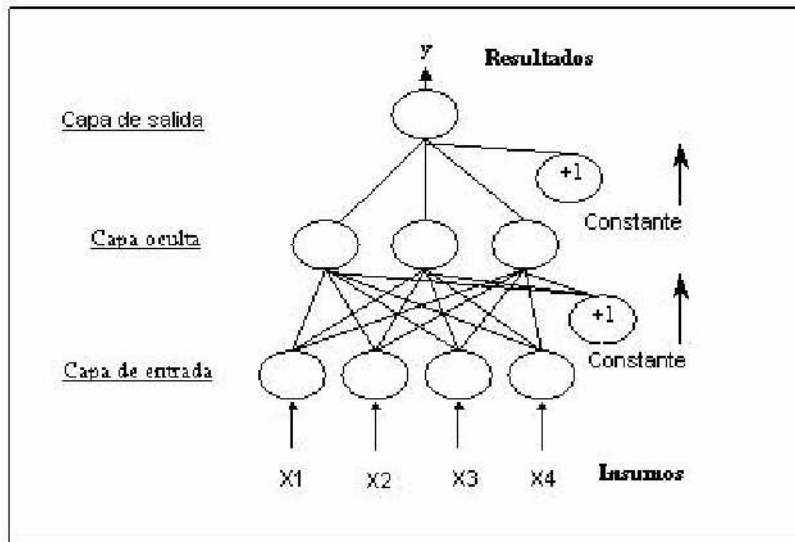
Actualmente, con el propósito de simplificar la función neuronal, aproximamos la salida binaria, modelo introducido por McCulloch y Pitts en 1943, por una salida limitada, por ejemplo al intervalo para cual podemos usar un modelo logit, o al intervalo $[-1,1]$ para lo cual podemos usar una función de tangente hiperbólica o una sigmoideal, estas funciones de transmisión serán explicados en la siguiente sección.

A diferencia de las redes biológicas donde cada neurona puede tener miles de conexiones con otras células, con las redes artificiales tales conexiones entre neuronas son pocas por las limitaciones existentes en las técnicas de estimación y data disponibles. Una red neuronal artificial típica consiste de capas de neuronas que procesan y transportan la información de la entrada a la salida. En la primera capa todas las neuronas reciben los datos de entrada, los ponderan por sus coeficientes de entrada, restan el umbral, por ejemplo, la constante en el logit y pasan el resultado a cada una de las neuronas de la capa siguiente. La salida final puede hacerse a través de una sola neurona, o de manera lineal ponderando y sumando las salidas de las neuronas de la última capa, más una constante si se considera necesario. Las capas que se encuentran entre la entrada y la salida se conocen como capas ocultas.

Aunque existe una gran variedad de alternativas de diseño de redes, algunas con múltiples salidas (por ejemplo para análisis multivariado) y otras con realimentación de salida a entrada, la red típica suele tener una salida y una o dos capas escondidas con un número de neuronas cercano al número de variables de entrada.

El tema de la realimentación, tan importante en las redes biológicas, puede incorporarse en las redes artificiales en el hecho de re-estimar el modelo con la llegada de nuevos insumos. Esta re-estimación, que obviamente se hace comparando la

Figura N° 2. Arquitectura de Red Neuronal



salida con la realidad observada, modifica los parámetros del modelo para ajustarse a las nuevas observaciones. De otra forma, la incorporación de ecuaciones de realimentación explícitas en el modelo introduciría complejidades adicionales en la estimación.

II.3. Evaluación

El objetivo principal de las redes neuronales no es el modelaje estructural, ni siquiera la forma reducida, sino la predicción, por lo cual se puede tolerar algún grado de redundancia o específicamente multicolinealidad. La capacidad predictiva es más importante en la evaluación que las pruebas t los sobre coeficientes individuales, que con frecuencia no resultan todos significativos. El r^2 , el error estándar, la verosimilitud estimada, y criterios como Akaike, Schwartz o el de Hannan-Quinn, sirven de guía, simultáneamente a las pruebas de significancia individual.

Es recomendable utilizar parte de la muestra para validación cruzada; esto es, usar por ejemplo un 75% de la muestra para estimación y el resto para probar y evaluar la capacidad predictiva. Deben calcularse medidas de predicción como la raíz del error cuadrado medio o el error cuadrado medio absoluto. En lo referente a la estabilidad del modelo puede estimarse omitiendo sucesivamente algunos períodos finales de la muestra o agregando observaciones que no hayan sido utilizadas antes en la estimación.

El hecho de que la estimación converja no implica que sea imposible mejorarla. Partir con otros valores iniciales, al menos en algunos coeficientes, puede

mejorar la estimación o bien validarla. Análogamente el hecho de que la estimación dé un buen ajuste en la muestra no necesariamente garantiza un buen desempeño predictivo.

III. Metodología y datos

Diferentes Mercado de Valores de los países estudiados, Reuter y Bloomberg han sido la fuente del siguiente estudio. Los datos utilizados son los diferentes índices de 27 países del mundo incluyendo el Standard & Poor 500 y Dow Jones en Estados Unidos. La frecuencia es diaria desde enero de 1990 hasta finales del primer mes del presente año. Los datos no encontrados (debido a feriados nacionales y religiosos) son reemplazados por la observación que la precede. La elección de una periodicidad semanal se justifica para minimizar los sesgos originados por el efecto día de la semana (Lo and Mackinlay, 1987; LeBaron, 1993) y el efecto fin de semana (Zhang and Hu, 1998).

Dado que se necesita las rentabilidades semanales se calcularon como la diferencia en logaritmo natural del valor de cada índice para cada semana consecutiva:

$$r_t = \ln I_t - \ln I_{t-5}$$

donde r_t es la rentabilidad semanal y I_t es el índice al final del día. Esta transformación ha llegado a ser estándar en el análisis financiero ya que permite obtener una serie estacionaria, puede ser interpretada como una rentabilidad y, además, se presenta como una variable de mayor interés para los operadores financieros (Brooks, 1996). No obstante, también se reconoce la posible ampliación del ruido existente en la serie (Soofi y Cao, 1999).

La tabla No.1 muestra los siguientes resultados estadísticos: desviación estándar, Skewness, Kurtosis, y el Jarque-Bera con la probabilidad respectiva de que éste último exceda al valor observado bajo la hipótesis nula. Un valor cercano a cero permitiría rechazar la hipótesis nula de la serie analizada proviene de una distribución de densidad normal.

La primera conclusión que aparece es que los que los retornos muestran un alto valor en la Kurtosis, excediendo en muchos casos valor de 3 sugiriendo que los retornos presentan leptokurtosis, una característica típica que presentan los retornos de precios de activos financieros. El 50% de los datos presentan un valor negativo en el indicador del sesgo revelando que la distribución tiene una larga cola hacia la izquierda. Finalmente el test de normalidad Jarque-Bera indica que no hay evidencia estadística para aceptar el supuesto de normalidad en los retornos.

El modelo de red neuronal adoptado en este estudio es una red del tipo *feedforward* (de alimentación hacia adelante), considerando una capa oculta, modelo que se puede representar por:

$$y = \phi_0 + \sum_{h=1}^H \phi_h g \left(\sum_{j=1}^J \alpha_{hj} x_j \right) \quad (9)$$

donde y es el resultado del modelo. Existen J insumos o inputs que alimentan la red, representados por x_t . La función $g(\cdot)$ es conocida como la función de activación o transferencia en la capa oculta. Aunque ésta ecuación de transferencia puede ser especificada de formas alternativas como lo mencionamos en la sección anterior, este estudio escoge la forma funcional logística representada por $g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$. La red tiene H neuronas en la capa escondida con pesos o *intensidad de conexión* definidos por el parámetro Φ_h . Todas las variables de entradas ingresan como argumentos en estas neuronas y sus influencias son medidas por los pesos de entrada, α_{hj} . Se han especificado modelos univariados, donde las variables de entrada son los valores rezagados de la variable dependiente. El resultado es el retorno semanal que se indicó anteriormente.

Como la idea principal que motiva este estudio es el encontrar regularidades en los diferentes índices accionarios, se ha empleado hasta cinco rezagos con el propósito de observar si el comportamiento al incluir variables rezagadas es el mismo en cada país. Asimismo se ha asumido que los retornos son procesos puramente lineales los cuales difieren con los modelos de Stock y Watson (1999), y los de Franses y Van Dijk (2000), quienes incluyen componentes lineales.

El tratamiento de la data merece una breve explicación, ya que al utilizar funciones Logits, el resultado de las rentabilidades esperadas debería encontrarse en el rango $(-\infty, \infty)$, si embargo para que evitar estos inconvenientes se ha transformado las variables para convertirlas en valores logísticos y de esta forma acotarlas.

Con el fin de mostrar la superioridad de las RNA también se estimaron modelos lineales regresivos tanto en sus variables como sus términos de errores utilizando la metodología propuesta por Box-Jenkins

La evaluación empírica de las predicciones obtenidas por las RNA se hizo sobre la base de una base extramuestral que partía del 30 de enero hasta el 16 de julio de 2004. El desempeño relativo de los modelos fue medido por el número de predicciones correctas del signo de variación de los diferentes índices, para lo

cual se aplicó la prueba de certeza direccional propuesto por Pesaran y Timmermann (1992) y que se detallará a continuación

A lo largo del trabajo se hace predicciones puntuales de la variación semanal con frecuencia diaria que tendrán los índices. Sin embargo, para poder evaluar el rendimiento de las redes neuronales en adelante se ha simplificado en solo medir la variación que tendrá la rentabilidad, es decir, si va al alza o a la baja. El test desarrollado por Pesaran y Timmermann prueba la exactitud de una predicción cuando el objetivo de análisis es la predicción correcta del signo.

Sea $x_t = \hat{E}(y_t/\Omega_{t-1})$ el predictor de y_t formado con respecto a la información disponible en $t-1$, Ω_{t-1} y supóngase que hay n observaciones en $(y_t$ y $x_t)$. Este test esta basado en la proporción de veces que la dirección del cambio de signo en y_t es correctamente predicha en la muestra y, además, no requiere información cuantitativa de las variables usando solo información de los signos de y_t y x_t . Si los signos entre estas dos variables coinciden aumenta el poder de la red, en caso contrario, aumenta el error de la predicción.

Introduciendo las variables indicadores $y_t=1$ si $y_t > 0$ y cero de otra manera. Lo mismo aplica a la variable x_t . Además, se define $Z_t=1$ si $y_t x_t > 0$ o cero en caso contrario.

Sea $P_y = \Pr(y_{t>0})$ y $P_x = \Pr(x_{t>0})$ y expresemos \hat{P} como la proporción de veces que el signo de y_t es predicho correctamente; luego $\hat{P} = n^{-1} \sum_{t=1}^n Z_t = \bar{Z}$. En la asunción que y_t y x_t son independientemente distribuidas (por ejemplo x_t no tiene poder de predicción en y_t), $n\hat{P}$ tiene una distribución binomial con media nP_* , donde

$$P_* = \Pr(Z_t = 1) = P_y P_x + (1 - P_y)(1 - P_x) \quad (10)$$

En el caso general, este test no paramétrico puede ser basado en un estadístico estandarizado

$$S_n = \frac{\hat{P} - \hat{P}_*}{\left\{ \text{Var}(\hat{P}) - \text{Var}(\hat{P}_*) \right\}^{1/2}} \sim N(0,1) \quad (11)$$

donde $\text{Var}(\hat{P}) = n^{-1} \hat{P}_*(1 - \hat{P}_*)$ y

$$\text{Var}(\hat{P}_*) = n^{-1} (2\hat{P}_y - 1)^2 \hat{P}_x (1 - \hat{P}_x) + n^{-1} (2\hat{P}_x - 1)^2 \hat{P}_y (1 - \hat{P}_y) + 4n^{-2} \hat{P}_x \hat{P}_y (1 - \hat{P}_y)(1 - \hat{P}_x).$$

El último término en la expresión $Var(\hat{P}^*)$ es insignificante asintóticamente. Cabe señalar que no se debe confundir esta prueba con el test familiar de signo, el cual es a menudo usado para comprobar si y_t y x_t tienen la misma función de distribución.

IV. Resultados

Las tablas 2, 3 4, 5 y 6 (disponibles para la presentación) presentan los resultados de las redes univariadas con los diferentes tipos de rezagos de los 27 países estudiados. Los modelos determinados (Especificación 1) han usado en la capa oculta dos neuronas, como aconsejan la mayoría de la literatura en este tema (Zekic, 1996; Trippi y De Sieno, 1992). Los valores rezagados parten de un periodo hacia atrás hasta el quinto y se utilizan los mismos modelos con el fin de encontrar regularidades entre ellos.

Los valores obtenidos muestran el modelo escogido por el Criterio Akaike y el r^2 . Analizando este último se observa que el mayor *rendimiento* lo tiene Perú con un 89,60%, seguido de Chile y Sri Lanka con un 84,39% y 83,22% respectivamente. En el caso contrario los peores resultados lo obtuvieron Japón con un 64%, Reino Unido, 65,06%. Estados Unidos su índice Dow Jones alcanzó un 65,40%, superado levemente por el Standard & Poor 500 con un 66,27%. Sin embargo, todos entran en un rango entre un 64% y casi 90%, lo cual demuestra una buena relación utilizando las redes neuronales artificiales.

Asimismo, como se espera el criterio Akaike nos muestra que los mejores modelos son los que utilizan 5 rezagos en la implementación de las redes. Observado a todos los países, este criterio predomina en todos ellos por lo cual se podría concluir en este estudio, que el uso de mayores rezagos aporta una mejor modelización de las RNA de índices accionarios.

Como el valor de convergencia utilizado en los modelos propuestos ha sido muy pequeño (entre 1×10^{-5} y 1×10^{-8}) se han necesitado aproximadamente entre 1000 a 6000 iteraciones, dependiendo de la complejidad de las redes y se espera que los mínimos obtenidos sean globales ya que para cada uno de ellos se han tomado diferentes valores iniciales, no observándose diferencias algunas.

En la tabla 8 se puede observar también los resultados del test de Pesaran y Timmerman, donde se rechaza la hipótesis de que las variables reales y sus respectivas predicciones son independientemente distribuidos. Se nota que obtenidos en los estadísticos y sus valores de probabilidad (*pvalues*) son

superiores en las redes que los modelos ARIMA exceptuando los casos de Austria, Filipinas, Pakistán, Perú, Reino Unido y Sri Lanka.

Debido al buen resultado obtenido con el modelo neuronal en la predicción de la bolsa chilena se podría pensar que se debe a un alto grado de inercia y larga regularidad, sin embargo al observar la gráfica de la variación de su rentabilidad vemos que en el periodo de predicción, hay múltiples cambios en la dirección de signo que es capturado por las redes neuronales artificiales de excelente manera. (Tabla 9)

V. Conclusiones

La incapacidad de los modelos convencionales para ajustar y predecir el precio y por ende la rentabilidad de la acción ha llevado a la búsqueda de nuevos modelos que sean capaces de capturar la dinámica de la serie. Ante esto surgen las redes neuronales artificiales las cuales tienen ventajas en varias dimensiones respecto a los métodos de análisis tradicionales. Primero, poseen la capacidad de analizar y aprender rápidamente patrones complejos y con un alto grado de precisión. Segundo, no están restringidas a la linealidad de las series, por lo cual se convierte en una herramienta econométrica muy poderosa. Finalmente, las RNA tienen un buen rendimiento con data incompleta, características que se encuentran en la mayoría de los mercados no desarrollados, ampliando las ventajas de los estudios e investigaciones.

Utilizando 28 índices accionarios de países de diversas regiones se observó que las redes neuronales univariadas con un número de cinco rezagos presentan un buen rendimiento predictivo en todos los países, e inclusive en algunos de ellos su coeficiente de determinación llega a un 90%, lo que puede ser un tibio avance en encontrar más evidencia que discuta la Hipótesis de los Mercados Eficientes. Comparando con modelos lineales tradicionales, se pudo notar que también en estos modelos la inclusión de más rezagos mejoraba la estimación, sin embargo, los valores de los tests de determinación con que uno puede comparar estos modelos versus los no lineales, eran menores, demostrándose así que los modelos alternativos (no lineales) tienen un mejor rendimiento predictivo que los modelos tradicionales.

En la predicción dinámica extramuestral se observaron que las redes neuronales artificiales fueron muy superiores a los modelos ARIMA tradicionales. Se encontraron que la mayoría de los casos el grado de exactitud fueron mayores que sus similares lineales. Chile es el país que mejor porcentaje obtuvo en aciertos de dirección de signo, es decir las redes neuronales tuvieron un mejor desempeño en pronosticar si el mercado iba a la alza o a la baja (94%).

Finalmente este estudio se puede extender en múltiples direcciones. Una de ellas es la ampliación a modelos neuronales multivariados, incorporando otras de variables tanto económicas como financieras, por ejemplo, índices accionarios de países vecinos en la misma red y observar cómo ellos aprenden de la experiencia de la región. Con éstos se podría obtener un acercamiento mediante redes neuronales de los efectos causados por las crisis económicas con impacto mundial (crisis asiática, moratoria rusa, efecto tequila, entre otros).

Referencias

- Aaltonen, J. y Östermark, R. (1993): "Financial Risk Classification of Finnish Listed Companies by Accounting Data", 16th Congress of the European Accounting Association, abril 1993, Turku, Finlandia.
- Altman, E.I., Marco, G. y Varetto, F. (1994): "Corporate Distress Diagnosis: Comparisons using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (the Italian Experience)", *Journal of Banking and Finance*, Vol. 18, pag. 505-529.
- Bach M., E. Hansen (2002): "Estimación de Redes Neuronales con Datos Ultra frecuentes: Aplicación al Mercado Accionario Chileno". Universidad de Chile.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco.
- Brooks C. (1996): "Testing for Non-linearity in Daily Sterling Exchange Rates". *Applied Financial Economics*, 6, pp. 307-317.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay A. C. (1997), "The Econometrics of Financial Markets". Princeton: Princeton University Press.
- Casdagli M. (1989): "Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series, *Physica D*, 35, 335-356.
- Evans, O.V.D. (1997), "Short-Term Currency Forecasting Using Neural Networks" *ICL Systems Journal* 11(2).
- El-Shazly, S., El-Shazly, H. (1999), "Forecasting Currency Prices Using a Genetically Evolved Neural Network Architecture." *International Review of Financial Analysis* 8 (1), 67-82.
- Fairclough, D. and J. Hunter (1998), "Ex-ante Classification Of Takeover Targets Using Neural Networks", *Decision Technologies For Computational Finance*, Kluwer Academic Press.
- Franses P.H. and D. van Dijk (2000), *Non-linear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press.
- Franses P.H. and K. van Griensven (1997), "Forecasting Exchange Rates Using Neural Networks for Technical Trading Rules", *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, Vol. 2, issue 4. Berkeley Electronic Press.
- Freeman, J. A. (1994) *Simulating Neural Networks with Mathematics*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Fu, J., (1998), "A Neural Network Forecast of Economic Growth and Recession." *Journal of Economics* 24(1): 51-66.
- Gately, E., (1996). *Neural Network for Financial Forecasting*. New York: John Wiley and Sons.
- Granger, C.W.J. and T. Terasvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, *Advanced Texts in Econometrics*, Oxford University Press.
- Greigoire J. y S. Zurita (1993), *Información y mercados de capitales. Estudios de Economía*. Vol 20, No.2, Diciembre.
- Herbrich, R., M. Keilbach, Graepel, T., BollmRNA, P. and K. Obermayer (1999), "Neural Networks in Economics: Background, Applications and New Developments", Technische Universität Berlin.
- Hornik K., Stinchcombe M., White H. (1990): *Universal Approximation of an Unknown Mapping and Its Derivatives Using Multilayer Feedforward Networks; Neural Networks*, Vol 3, pp. 551-560.

- Hutchinson, J. A. Lo and Poggio T. (1994), "A Nonparametric Approach to Pricing and Hedging Derivate securities Via Learning Networks", *The Journal of Finance*, Vol. 49, No. 3. Julio.
- Johnson, C., F. Soriano (2004), "Volatilidad del mercado accionario y la crisis asiática", *El Trimestre Económico*. Vol. LXXI.
- Johnson, C., R. Vergara (2004), "Monetary Policy in Chile: A Neural Network Approach". Manuscrito, Escuela de Negocios Universidad Adolfo Ibáñez y Departamento de Economía, Universidad Católica de Chile.
- Kasabov, N. (1996), *Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering*. Cambridge: MIT Press.
- Keim, D. and R. Stambaugh (1986), "Predicting Returns in the Stock and Bond Markets," *Journal of Financial Economics* 17, 357-390.
- Kuan, C. and H. White (1994). "Artificial Neural Networks: An Econometric Perspective," *Econometric Reviews* 13, 1-91.
- LeBaron B. (1993): "Forecast Improvements Using a Volatility Index". *Nonlinear Dynamics, Chaos and Econometrics*. Eds. M. H. Pesaran y S. M. Potter. John Wiley & Sons, pp.129-142.
- Lo, A. W. and A. C. MacKinlay, (1987), "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test," Working Paper 5 -87, Rodney L. White Center, Wharton School, University of Pennsylvania.
- Lo, A. W. (1994), "Neural Networks and other Nonparametric Techniques in Economics and Finance", *Blending Quantitative and traditional Equity Analysis*. Association for Investment Management and Research.
- McNelis P. D. (1996) "A Neural Networks Analysis of Brazilian Stock Prices: tequila effect vs. Pisco Sour Effects" *Journal of Emerging Markets*, Vol. 1, No.2.
- Olmedo, I., Fernandez, E., 1997. "Hybrid Classifiers for Financial Multicriteria Decision-Making: The Case of Bankruptcy Prediction." *Computational Economics* 10 (4), 317-35.
- Parisi A., F. Parisi, y J. L. Guerrero (2003) "Modelos Predictivos de Redes Neuronales en Índices Bursátiles", *El Trimestre Económico*, Vol LXIX.
- Pesaran, M Hashem & Timmermann, Allan, (1992) "A Simple Nonparametric Test of Predictive Performance," *Journal of Business and Economic Statistics*, American Statistical Association, vol. 10(4), pages 561-65, October.
- Qi, M., 1999. "Nonlinear Predictability of Stock Returns Using Financial and Economic Variables." *Journal of Business and Economic Statistics* 17 (4), 419-29.
- Shah, J. and Murtaza, M. (2000). 'A Neural Network Based Clustering Procedure for Bankruptcy Prediction', *American Business Review*, 18(2):80-86.
- Serrano Cinca C. y J. L. Gallizo Larraz (1996): "Aplicaciones de las Redes Neuronales en Contabilidad y Finanzas", *Biblioteca Electrónica de Contabilidad*, Vol. 1, N. 4.
- Singleton, J.C., & Surkan, A.J. (1995). Bond rating with neural networks. In Refenes, A.P. (Ed.), *Neural networks in the capital markets* (301-307). New York: Wiley.
- Shahmurove, Y. & Witkowska, D., (2000) "Utilizing Artificial Neural Network Model to Predict Stock Markets," *Pennsylvania - Institute for Economic Research*00-11, Pennsylvania - Department of Economics.
- Soofi A. S. and L. Cao (1999) Nonlinear deterministic Forecasting of daily Peseta-Dollar Exchange Rate, *Economic Letters* 62, 175-178.
- Soto, R., 1995. "Non-Linearities in the Demand for Money: A Neural Network Approach." unpublished manuscript, Georgetown University.

- Stock, J. and M. Watson (1999) "A comparison of linear and nonlinear univariate models for forecasting macroeconomic time series," in *Cointegration, causality and forecasting: A festschrift in honor of Clive W. J. Granger, Engle, R. & H. White (eds.)*. Swales, G. S. and Y. Young, (1992), "Applying Artificial Neural networks to Investment Analysis" *Financial Analysts Journal*. September –October.
- Tkacz, G. and S. Hu (1999), "Forecasting GDP Growth Using Artificial Neural Networks", Working Paper 99-3, Bank of Canada.
- Tan N.W. and H. Dihadjo (2001), "A Study on Using Artificial Neural Networks to Develop an Early Warning Predictor for Credit Union Financial Distress with Comparison to the Probit Model", *Managerial Finance*, 27 No 4, p.56-77
- Trippi, R.R. y Turban, E. (1992): *Neural Networks in Finance and Investing*. Ed Trippi y Turban. Probus Publishing Company, Chicago.
- White, H. (1988), "Economic Prediction Using Neural Networks: The Case of IBM Daily Stock Returns", *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, San Diego, CA, 2, 451-8.
- White, H.(1992), *Artificial Neural Networks: Approximation and Learning Theory*, With A. R. Gallant, Cambridge and Oxford: Blackwell.
- Wilson, N. K. Chong and Peel, J. (1995): "Neural Network Simulation and the Prediction of Corporate Outcomes: Some Empirical Findings", *International Journal of the Economics of Business*, Vol. 2, No 1, pp31-50.
- Witkowska, D., 1999. "Applying Artificial Neural Networks to Bank Decision Simulations." *International Advances in Economic Research* 5 (3), 350-68.
- Wu, C., Wang, X., 2000. "A Neural Network Approach for Analyzing Small Business Lending Decisions." *Review of Quantitative Finance and Accounting* 15 (3), 259-76.
- Yao, J., Tan, C., Poh, H., 1999. "Neural Networks for Technical Analysis: A Study on KLCI." *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 2 (2), 221-41.
- Yoda, M. (1994). *Predicting the Tokyo Stock Market*. In G.J. Deboeck (ed.), *Trading on the edge: Neural, genetic, and the fuzzy systems for chaotic financial markets*. New York, Wiley, pp. 66-79.
- Yoon, Y. and G. Swales (1991), "Predicting Stock Price Performance," *Proceeding of the 24th Hawaii International Conference on System Sciences*, 4, 156-162.
- Zekić, M. (1998): "Neural Networks Application in Stock Market Predictions – A Methodology Analysis". *Proceedings of the ninth International Conference on Information and Intelligent Systems '98*, Eds. Aurer, B., Logožar, R., Varaždin, 1998., pp. 255-263.
- Zhang, G. y Hu, M.Y. (1998). *Neural network forecasting of the British Pound/US Dollar exchange rate*. *Omega*. *International Journal of Management Science* 26, 4: 495-506.
- Zurada, J., 1998. "Neural Networks versus Logit Regression Models for Predicting Financial Distress Response Variables." *Journal of Applied Business Research* 15 (1), 21-29.

TABLA 8

Cuadro comparativo entre la exactitud de las predicciones extramuestrales (%) obtenidas con las redes neuronales y el modelo ARIMA y el Test Pesaran y Timmermann
 Periodo: Enero 30 2004 – Julio 16 2004

| País | Redes Neuronales Artificiales | | | ARIMA Estadístico | | | |
|---------------|-------------------------------|-------------|------------|-------------------|----------|-------------|------------|
| | Aciertos | Estadistico | PT | pvalue | Aciertos | PT | pvalue |
| ALEMANIA | 84% | 7.587340389 | -3.29E-14 | | 64% | 3.406552194 | 0.0006579 |
| ARGENTINA | 85% | 7.746306735 | 9.5479E-15 | | 20% | 6.680655289 | 2.3918E-11 |
| AUSTRALIA | 84% | 7.29253104 | 3.0642E-13 | | 60% | 4.663712279 | 3.109E-06 |
| AUSTRIA | 79% | 6.261720868 | 3.8237E-10 | | 80% | 6.524840839 | 6.8414E-11 |
| CANADA | 76% | 5.752234178 | 8.8336E-09 | | 74% | 5.28341944 | 1.2706E-07 |
| CHILE | 94% | 9.758208372 | 0 | | 55% | 3.546692301 | 0.0003901 |
| COREA DEL SUR | 84% | 7.562879671 | 3.9746E-14 | | 83% | 7.39306195 | 1.4455E-13 |
| ESPAÑA | 77% | 5.872854755 | 4.2976E-09 | | 69% | 4.363493811 | 1.281E-05 |
| EEUU* | 82% | 5.463699909 | 4.6743E-08 | | 75% | 1.803081222 | 0.0713753 |
| EEUU** | 74% | 7.177559498 | 7.1476E-13 | | 47% | 5.276423409 | 1.32E-07 |
| FILIPINAS | 82% | 7.073389408 | 1.5221E-12 | | 15% | 7.792829769 | 6.6613E-15 |
| FRANCIA | 81% | 6.86690118 | 6.6009E-12 | | 39% | 3.635600419 | 0.0002774 |
| HONG KONG | 87% | 8.072582262 | 0 | | 83% | 7.480846051 | 7.4385E-14 |
| INDIA | 83% | 7.208735063 | 5.6888E-13 | | 80% | 6.720272074 | 1.824E-11 |
| JAPON | 83% | 7.349257733 | 2.0095E-13 | | 39% | 1.528129477 | 0.1264804 |
| MALASIA | 84% | 7.587340389 | 3.2863E-14 | | 25% | 6.298473237 | 3.019E-10 |
| MEXICO | 85% | 7.724631386 | 1.1324E-14 | | 83% | 7.53376547 | 4.9738E-14 |
| PAKISTAN | 84% | 7.103188796 | 1.2275E-12 | | 85% | 7.258084493 | 3.9546E-13 |
| PERU | 77% | 5.933311854 | 2.979E-09 | | 75% | 6.183248011 | 6.305E-10 |
| REINO UNIDO | 72% | 4.808052456 | 1.5261E-06 | | 25% | 5.643106066 | 1.6747E-08 |
| SINGAPUR | 82% | 6.968621104 | 3.221E-12 | | 83% | 7.27678318 | 3.4439E-13 |
| SRI LANKA | 80% | 6.317275045 | 2.6739E-10 | | 79% | 6.070484219 | 1.28E-09 |
| SUECIA | 84% | 7.574307965 | 3.6415E-14 | | 52% | 1.992333205 | 0.0463343 |
| SUIZA | 78% | 6.05860968 | 1.3782E-09 | | 42% | 4.124818904 | 3.7124E-05 |
| TAILANDIA | 84% | 7.554258941 | 4.2411E-14 | | 17% | 7.238768504 | 4.5608E-13 |
| TAIWAN | 81% | 6.85639438 | 7.1045E-12 | | 22% | 6.175227837 | 6.6334E-10 |

*Dow Jones *Standard & Poor 500

Christian A. Johnson* chjohnson@uai.cl
 Miguel A. Padilla** mpadilla@espol.edu.ec