

# El Método Fuzzy-Delphi para calcular el tiempo o permanencia del cliente bajo incertidumbre: Relaciones no contractuales

Área de investigación: Mercadotecnia

**Mauricio Ortigosa Hernández**

Universidad Anáhuac México Norte  
México

[mauriciortigosa@hotmail.com](mailto:mauriciortigosa@hotmail.com), [mauricio.ortigosa@anahuac.mx](mailto:mauricio.ortigosa@anahuac.mx)

## XXV CONGRESO INTERNACIONAL DE CONTADURÍA ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA



Octubre 5, 6 y 7 de 2011  
Ciudad Universitaria  
México, D.F.

<http://congreso.investiga.fca.unam.mx>

[informacongreso@fca.unam.mx](mailto:informacongreso@fca.unam.mx)

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax

52 (55) 5616.03.08



**ANFECA**  
Asociación Nacional de Facultades y  
Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

## El Método Fuzzy-Delphi para calcular el tiempo o permanencia del cliente bajo incertidumbre: Relaciones no contractuales

### Resumen

En el ámbito del marketing, el tiempo o permanencia del cliente en una empresa ha sido estudiada desde diferentes ángulos. La mayoría de las investigaciones se basan en un marco probabilístico o aleatorio tales como el modelo Pareto/NBD desarrollado por Schmittlein, Morrison y Colombo o el modelo BG/NBD que es una versión simplificada al modelo anterior propuesto por Fader.

Para calcular el valor económico del cliente (CLV), se involucran magnitudes que hacen referencia al futuro, tales como: monto de compra, tasas de descuento, tiempo o permanencia del cliente y muchas más. En publicaciones anteriores se han desarrollado modelos para calcular el CLV con magnitudes bajo incertidumbre utilizando subconjuntos borrosos. En esos modelos el tiempo o permanencia del cliente se ha considerado como un dato en la certeza propio de las relaciones contractuales. Pero cuando el cliente puede dejar a la empresa en cualquier momento, característica de las relaciones no contractuales, el tiempo es un dato más en la incertidumbre.

En la investigación que nos ocupa, proponemos una aplicación al método Fuzzy-Delphi desarrollado por los profesores europeos Kaufmann y Gil Aluja para calcular el tiempo o permanencia del cliente en una empresa solicitando la información a través de números borrosos triangulares y sometiendo esta información subjetiva a otro grupo de expertos a través de una técnica llamada “contraexpertizaje”.

**Palabras Clave:** valor del cliente, permanencia del cliente, método Delphi, números borrosos triangulares, incertidumbre.



## El Método Fuzzy-Delphi para calcular la permanencia del cliente bajo incertidumbre: relaciones no contractuales

### 1. Introducción

En el ámbito del marketing, la permanencia o vida activa del cliente en una empresa ha sido estudiada por diferentes ángulos. Por ejemplo, Grayson y Ambler (1999), apoyados en estudios previos de Moorman, Zaltman y Deshpandé (1992), argumentan dentro del contexto de marketing de servicios que las relaciones entre clientes y empresas a largo plazo tienen un “lado oscuro” que puede provocar una reducción en la intensidad en la confianza de dichas relaciones.

Moorman, Zaltman y Deshpandé (1992) explican sus resultados mencionando que existen unos factores dinámicos en las relaciones a largo plazo. Por ejemplo: argumentan que en las relaciones duraderas cada una de las partes adquiere experiencia, lo que puede provocar una pérdida de objetividad; además justifican que las relaciones muy prolongadas pueden transformar la percepción de cada uno de los contrarios como muy similar entre ellos, lo que puede reducir el valor añadido a la relación; otro argumento que mencionan es que si la relación de servicio entre cliente-empresa es mantenida a largo plazo, esto puede provocar una mayor expectativa del servicio que se suministra poniendo en riesgo una mayor posibilidad de insatisfacción; los autores dicen, finalmente, que los clientes pueden creer que el servicio que se les proporciona en una relación larga, puede ser tomado como una ventaja de la confianza entre una de las partes y actuar de manera oportunista. Como vemos, estos argumentos van en dirección opuesta a los principios básicos del marketing relacional.

En contra de lo señalado en el párrafo anterior, el estudio de la *confianza* en el marketing relacional ha dado lugar a la llamada teoría “compromiso-confianza” desarrollada por Morgan y Hunt (1994), ubicando dicho elemento como clave para el éxito de las relaciones a largo plazo en marketing. Es importante comprender que los lazos establecidos entre los clientes y la empresa, tendrán características cualitativamente diferentes entre las relaciones de mayor tiempo y las de menor tiempo, adaptando la mejor dinámica en cada caso.

Otro ángulo en el estudio de la duración de los clientes es el que tiene que ver con los beneficios que ocasionan. Dicha línea fue desarrollada por Reichheld y Sasser (1990), Reichheld (1993), (1994), (2002), y varios seguidores más. Ellos explican que los consumidores leales al incrementar la tasa de retención, es decir la permanencia del cliente, generan cuatro beneficios adicionales al beneficio base, estos son: beneficio por mayores ventas, por prima en el precio, por costes operativos menores y beneficios por referencias. No obstante, Reinartz y Kumar (2000), han desarrollado una de las investigaciones más rigurosas para mostrar la debilidad de los hallazgos establecidos por la línea de Reichheld y sus seguidores bajo un contexto no contractual, es decir, donde el cliente puede dejar de comprar en cualquier momento ya que no existe un documento que lo comprometa con la empresa.

Con estas diferentes perspectivas que hemos mostrado al estudiar la vida del cliente, vemos que el tiempo juega un papel importante si se relaciona con otras variables como: el valor añadido, la confianza, los beneficios, entre otras.

<http://informacongreso@fca.unam.mx>

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax 52 (55) 5616.03.08



ANFECA  
Asociación Nacional de Facultades y  
Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

En la presente investigación, vamos a tomar como elemento central de análisis el tiempo de permanencia del cliente en relaciones no contractuales, ya que es un requisito indispensable para calcular el valor (económico) del cliente (CLV). Haciendo la aclaración por nuestra parte que en publicaciones anteriores realizadas por Gil Lafuente, A.M.; Ortigosa, M.; Merigo, J. M. (2007) y Gil Lafuente, A.M.; Ortigosa, M. (2009) mostramos los primeros modelos sobre el valor del cliente bajo incertidumbre en relaciones contractuales donde la variable tiempo se toma como un dato en la certeza al ser una relación establecida bajo contrato o convenio. En estos casos la incertidumbre en relación a la vigencia del cliente como un cliente activo o “vivo”, es relativamente nula. En muchos casos las empresas utilizan las llamadas *barreras de salida* para tratar de conservar al cliente hasta el final del contrato. No obstante, en muchos escenarios de la vida real no existe tal contrato o existen tipos de convenio cuya fecha de término no está especificada. Por lo anterior, vamos a trabajar el problema donde el cliente se puede convertir en inactivo en cualquier momento del tiempo, de esta forma la incertidumbre se hace presente con mayor fuerza.

Para dar una respuesta al tratamiento de la permanencia del cliente bajo incertidumbre, se propondrá una metodología usando el método Fuzzy-Delphi desarrollado por los profesores Kaufmann y Gil Aluja (1986) solicitando la información a través de números borrosos triangulares.

## 2. Elementos previos al desarrollo de la metodología propuesta: El azar y la incertidumbre

El concepto de azar e incertidumbre son con frecuencia términos que se utilizan indistintamente. Por ejemplo, autores como Pfeifer y Carraway (2000), en sus modelos del valor del cliente, mencionan que se enfrentan a la incertidumbre a través del uso de cadenas de Markov, otros autores tales como Calciu (2009) también desarrollan modelos estocásticos del valor del cliente asumiendo que dichos modelos se apegan a ciertas leyes de probabilidad dejando de lado otras variables de marketing que pueden influir en el comportamiento dinámico del consumidor. Otros autores como Kumar, et al. (2008) han desarrollado recientemente modelos para calcular el valor del cliente adoptando el modelo desarrollado por Dwyer (1997) donde un cliente puede comprar o no en cada período, sin dejar por completo la relación, estos clientes son llamados “always-a-share” donde se asume que un cliente nunca pertenece a una sola empresa, más bien comparte sus compras aún siendo el mismo producto con varias empresas. En el caso del modelo del CLV desarrollado por Kumar, et al. (2008), requiere de tres predicciones: la cantidad de contactos de marketing dirigidos al cliente, la probabilidad de que un cliente compre en cada período y la contribución económica que genera cada cliente en su compra. Con esta muestra de referencias queremos aclarar que muchos autores podrían enfrentar a la incertidumbre a través de esquemas probabilísticos, estocásticos o de azar.

Para evitar confusión en el presente trabajo, consideramos conveniente resaltar que el término *incertidumbre*, tiene un significado muy distinto en nuestra investigación. De hecho, la incertidumbre y el azar no corresponden a un mismo nivel de información.



Cuando decimos que un fenómeno tiene naturaleza aleatoria, podemos afirmar que está regido por las leyes que en su día enunciaron Borel y Kolmogorov<sup>1</sup>. El azar está ligado al concepto de probabilidad, el cual es una medida sobre observaciones repetidas en el tiempo y en el espacio y realizadas en las mismas condiciones; el azar, por tanto, es una medida sobre hechos observados en el pasado, totalmente objetivos. En cambio la incertidumbre no posee leyes, está deficientemente estructurada y cuando se intenta explicar se hace de manera subjetiva. Los autores Kaufmann y Gil Aluja (1990) afirman que un hecho incierto tiene una posibilidad de realización que no puede situarse en el tiempo y en el espacio, hace referencia al futuro, y el pasado no aporta nada o muy poca información para la previsión del acontecimiento.

Gil Aluja (2002) menciona que cuando se habla del azar, es decir, de probabilidades y no somos capaces de justificar objetivamente e incluso vagamente estas probabilidades, nos estamos engañando a nosotros mismos.

En la revisión bibliográfica que se ha realizado, existen instrumentos para predecir patrones de comportamiento de compra futura en consumidores, lo que permite tener un elemento más como insumo en el cálculo del valor del cliente (CLV). Lo anterior, facilita estimar el tiempo o permanencia de vida de un cliente en una empresa bajo modelos probabilísticos. Muestra de ello es el modelo Pareto/NBD desarrollado por Schmittlein, Morrison y Colombo (1987). Este modelo fue usado por Reinartz y Kumar (2000) para determinar, entre otras cosas, la probabilidad de que un cliente esté activo/vivo en un período futuro. A pesar de ser un buen modelo, por su complejidad al estimar ciertos parámetros, hace que su aplicación no sea fácil en situaciones cotidianas; de aquí la necesidad de utilizar como alternativa el modelo BG/NBD desarrollado por Fader (2005) ya que dan resultados muy similares y éste último es de más fácil aplicación.

La muestra de modelos anteriores revela que impera el tratamiento de la incertidumbre bajo esquemas del azar, recordando una vez más por nuestra parte, que en nuestra investigación dicho término tienen un significado distinto.

Las nuevas perspectivas de las últimas décadas en el campo de la incertidumbre han permitido una nueva orientación al quehacer científico, surgiendo algunos trabajos cuya base se halla en la teoría de los subconjuntos borrosos, que en otros campos de la gestión de empresas han permitido un positivo avance en los desarrollos formales. Por las razones anteriores, vamos a plantear una solución alternativa para resolver el problema de estimar la duración o el período de vida de un cliente en un esquema no contractual, apoyado en la teoría de los subconjuntos borrosos. La aportación original en este aspecto, radica en el hecho de construir un camino alternativo cuando no es posible utilizar las leyes del azar, ni los razonamientos que con ellas se relacionan, es decir, con modelos probabilísticos. Cubriendo de esta forma el vacío en el cuerpo del conocimiento cuando contamos solamente con información subjetiva.

### 3. Propuesta metodológica para estimar la duración del cliente bajo incertidumbre

Los autores Kaufmann y Gil Aluja (1992) establecen una clara diferencia entre probabilidad y posibilidad. Mencionan que cuando se establece una medida de probabilidad, ésta es aceptada como objetiva y, por tanto aceptada por todo el mundo. La noción de probabilidad se halla ligada a la de azar, regida por sus propias leyes. De esta forma cuando utilizamos el término probable lo asociamos a la noción de medida. En cambio, el término posibilidad, definido por el profesor Lofti A. Zadeh, introductor de la idea borrosa en 1965, es una de las muchas valuaciones propias de la teoría de los subconjuntos borrosos. Una valuación es un dato subjetivo suministrado por una o varias personas cada una de ellas inmersa en sus circunstancias. Por tanto, cuando utilizamos el término posible lo asociamos a la subjetividad en ausencia de una medida objetiva.

Con este preámbulo, pasamos a analizar la duración de la vida del cliente en el ámbito de la incertidumbre en situaciones en donde los modelos probabilísticos no pueden ser utilizados por varias razones, entre ellas, la falta de información objetiva, información poco estructurada, información incompleta, y muchas razones más. Para ello vamos a utilizar el conocido método Delphi, modificado en una versión elaborada por Kaufmann y Gil Aluja (1986) bautizada como Fuzzy-Delphi. Finalmente incorporamos en el proceso una valiosa herramienta de la teoría de los expertos que nos permite agregar la opinión de varios expertos (llamados contraexpertos) para que sea transformada en una sola opinión verdaderamente representativa de todos ellos. Describimos brevemente los elementos conceptuales y, junto con un ejemplo numérico, mostramos la metodología que proponemos.

#### 3.1 Fuzzy-Delphi: una aplicación con Números Borrosos Triangulares (NBT)

El método Delphi nace gracias a un grupo de investigadores de la Rand Corporation de Santa Mónica en Estados Unidos a mediados de los años sesenta, solicitando a un grupo de expertos sobre fechas futuras de grandes proyectos científicos y técnicos. Los profesores Kaufmann y Gil Aluja (1986) proponen una modificación a dicho método solicitando la información a través de los números borrosos triangulares (NBT). Con esto vamos a mostrar, a través de un ejemplo numérico, cómo podemos adaptar dicha metodología para resolver el problema de estimar la duración del cliente con la empresa cuando no existe una relación contractual, ni podemos aplicar un esquema en el ámbito de las probabilidades.

**Ejemplo.** Supongamos que estamos en condiciones de reunir a un grupo de 10 expertos para tomar en cuenta sus opiniones acerca de la fecha más próxima (no antes) para que un cliente se retire o abandone la empresa definitivamente; le pedimos la fecha más lejana (no después) para que un cliente se retire definitivamente de la empresa y la fecha de mayor posibilidad de retirada del cliente (el máximo nivel de presunción). Suponiendo proporcionalidad entre el máximo valor y los extremos, trabajamos la información obtenida como números borrosos triangulares (NBT). Hablaremos en términos generales de períodos (o momentos) de tiempo para evitar fechas específicas, de esta forma los períodos pueden ser: días, semanas, meses, años, etcétera, según la situación específica.

<http://congreso.informacongreso@fca.unam.mx> Las preguntas sobre el tema que nos ocupa quedarían como:

• ¿Puede estimar el período (o momento) más próximo (no antes) para que el cliente abandone la empresa definitivamente?

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax

52 (55) 5616.03.08

Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Contaduría y Administración  
División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

- ¿Puede estimar el período (o momento) de mayor posibilidad para que el cliente abandone la empresa definitivamente?
- ¿Puede estimar el período (o momento) más lejano (no después) para que el cliente abandone la empresa definitivamente?

Mostremos a continuación dichos resultados, considerando que todos los expertos recibieron la misma información solicitada (véase tabla 1).

**Tabla 1. Períodos o momentos (años, meses, semanas, días, etc.)**

Expertos	Período más próximo	Período de mayor presunción	Período más lejano
1	3	6	9
2	2	4	7
3	4	5	7
4	2	4	8
5	3	5	9
6	4	7	9
7	3	5	7
8	2	4	7
9	3	5	9
10	1	3	5

Una vez obtenida esta información, se procede a calcular el número borroso triangular medio:

$$\tilde{E} = [27/10; 48/10; 77/10] = [2,7; 4,8; 7,7]$$

Sólo para tener una idea resumida en una cifra del anterior NBT medio, mostramos una representación en la certeza otorgando el doble de importancia al máximo de presunción, de esta forma obtenemos:

$$E = \frac{2,7 + 4,8 + 4,8 + 7,7}{4} = 5$$

En línea con el método Delphi original, una vez obtenida las primeras informaciones, se procede a calcular las desviaciones de la opinión de cada experto en relación al número borroso triangular medio  $\tilde{E}$ . Estas desviaciones deberán permitir a cada experto la reconsideración de sus opiniones

y proponer en su caso alguna modificación en una segunda etapa. En caso de una desviación considerable, es conveniente solicitar al experto información adicional para respaldar su argumento. El número de etapas se puede fijar previamente o cuidando el criterio de que globalmente no existan diferencias significativas en las desviaciones de cada experto con el número borroso triangular medio de la última etapa. Debemos recordar que la situación de convergencia no es obligada.

Si aplicamos el criterio sencillo de observar las desviaciones entre cada experto y el número borroso triangular  $\tilde{E}$ , tenemos el siguiente resultado (véase tabla 2).



Tabla 2. Desviaciones absolutas			
Expertos	Desviación al valor izquierdo $2,7 - E_i$	Desviación al valor central $4,8 - E_i$	Desviación al valor derecho $7,7 - E_i$
1	-0,3	-1,2	-1,3
2	0,7	0,8	0,7
3	-1,3	-0,2	0,7
4	0,7	0,8	-0,3
5	-0,3	-0,2	-1,3
<b>6</b>	<b>-1,3</b>	<b>-2,2</b>	<b>-1,3</b>
7	-0,3	-0,2	0,7
8	0,7	0,8	0,7
9	-0,3	-0,2	-1,3
<b>10</b>	<b>1,7</b>	<b>1,8</b>	<b>2,7</b>

Con una mirada rápida a la tabla 2, podemos observar que diferencias realmente significativas no existen, si acaso un poco con los expertos número 6 y 10, no obstante consideramos que no es de gran importancia. El método Delphi tradicional recomienda mostrar dichas desviaciones de forma individual a cada experto con la finalidad de contemplar algún cambio en cualquiera de ellos; en nuestro caso sería considerar un nuevo número borroso triangular para la siguiente etapa, obteniendo hasta 10 posibles nuevos números borrosos. Supongamos que todos los expertos confirman sus opiniones conociendo el número borroso triangular medio. Lo anterior implica que hemos terminado de recabar la opinión de los 10 expertos en relación a los períodos más cercanos, más lejanos y los períodos de mayor posibilidad para que el cliente abandone definitivamente la relación con la empresa.

Antes de continuar con nuestro análisis que consiste en mostrar la información que dieron estos expertos a otros expertos diferentes, agregando la opinión de estos últimos. Vamos a detenernos un instante para mostrar otro criterio que proponen los autores Kaufmann y Gil Aluja (1986) para analizar las desviaciones anteriores utilizando el concepto de “*distancia lineal*” entre dos números triangulares.

Kaufmann y Gil Aluja (1986) mencionan que en la mayor parte de los problemas en los que se establecen previsiones mediante estimaciones inciertas, es importante conocer las distancias que separan las previsiones de varios expertos. Con frecuencia se recurre al criterio de distancia de Hamming, distancia euclídea o la distancia de Minkowski, que generaliza a las dos anteriores. No obstante, los autores mencionan que si se utilizan éstas últimas entre números borrosos podemos encontrar distancias nulas entre dos números, en caso de tomar las distancias relativas y no absolutas. Por tal razón utilizamos en nuestro ejemplo la distancia lineal.

Los autores mencionados anteriormente definen una distancia lineal como la media de las distancias a la izquierda y a la derecha entre los números borrosos analizados. En nuestro caso, vamos a calcular la distancia lineal de cada NBT emitido por los expertos  $E_j$  con respecto al

NBT medio  $\bar{E}$ . El desarrollo de los cálculos se explica en el apéndice del presente trabajo. No

obstante, presentamos una tabla resumen de las distancias lineales (véase tabla 3).

**Tabla 3. Resumen de distancias lineales**

Expertos	Distancia a la izquierda $\Delta_i(E_j, E)$	Distancia a la derecha $\Delta_d(E_j, E)$	Distancia lineal $\Delta_j$
1	0,09375	0,15625	0,125
2	0,09375	0,09375	0,09375
3	0,09375	0,0365625	0,06515625
4	0,09375	0,0415625	0,06765625
5	0,03125	0,09375	0,0625
<b>6</b>	<b>0,21875</b>	<b>0,21875</b>	<b>0,21875</b>
7	0,03125	0,0365625	0,03390625
8	0,09375	0,09375	0,09375
9	0,03125	0,09375	0,0625
<b>10</b>	<b>0,21875</b>	<b>0,28125</b>	<b>0,25</b>

Como no podría ser de otra manera, con una lectura rápida a la tabla, podemos confirmar que las distancias lineales son suficientemente pequeñas. También podemos observar, al igual que con las desviaciones absolutas, que los expertos 6 y 10 son los que están más alejados del NBT medio, no obstante, consideramos que no es algo significativo ya que  $0 \leq \Delta \leq 1$ .

A continuación vamos a pasar a hacer uso de una metodología quizás conocida en la comunidad científica de la borrosidad en el ámbito de la gestión de empresas, dicha metodología es muy útil cuando se desea mostrar la información subjetiva de varios expertos a otro grupo de expertos diferentes teniendo en cuenta la libertad de confirmar la información original o poderla modificar en su caso. Como indica Gil Lafuente J. (1997), el potenciar el carácter científico de la subjetividad ha sido uno de los logros conseguidos con el desarrollo de la teoría de los subconjuntos borrosos. Estamos hablando de la teoría de los expertones para la agregación de opiniones aplicada al contraexpertizaje.

Octubre 5, 6 y 7 de 2011

Ciudad Universitaria,  
México, D.F.

### 3.2 El Contraexpertizaje y los expertones

Todo lo que se ha planteado hasta este momento se ha realizado bajo el formato de NBT de cada experto considerando el período (o momento) más próximo para que el cliente abandone la empresa, el período (o momento) de mayor presunción y el período (o momento) más alejado para que un cliente abandone la empresa y sea un cliente inactivo. Suponiendo proporcionalidad, con 10 expertos obtuvimos un NBT medio:

$$E = [2,7; 4,8; 7,7]$$

Para llegar a un resultado con mayor convencimiento, vamos a hacer uso de un análisis llamado “contraexpertizaje”. Kaufmann y Gil Aluja (1993) mencionan que puede haber una gran variedad de modalidades; el que vamos a utilizar en la presente investigación consiste en solicitar a expertos, distintos de los que han proporcionado sus valuaciones en el Fuzzy-Delphi, que realicen una valuación en relación al NBT medio, con el objetivo de corroborar las aseveraciones hechas por los primeros expertos y reducir el grado de incertidumbre sin perder información “comprimiendo” el intervalo formado por las magnitudes extremas: [2,7; 7,7]

<http://congreso@fca.unam.mx>  
informacongreso@fca.unam.mx

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90  
52 (55) 5622.84.80

Fax 52 (55) 5616.03.08

**ANFECA**  
Asociación Nacional de Facultades y  
Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

Para ello, supongamos que existe otro grupo de expertos, en este caso les llamamos “contraexpertos”, ellos tienen la misión de posicionarse en algún nivel de valuación entre los dos extremos 2,7 y 7,7. Es decir, su trabajo consiste en expresar su opinión para situar la retirada definitiva de un cliente con la empresa: más cerca de 2,7 o más cerca de 7,7. Kaufmann y Gil Aluja (1992), (1993) mencionan que si un intervalo sobre el que se consulta no resulta adecuado por ser muy reducido para uno o varios contraexpertos, estos últimos pueden proponer nuevos valores y formar un nuevo intervalo formado por el valor más pequeño entre los propuestos y el valor más grande de entre los propuestos: con ello se busca dar la mayor libertad posible a la opinión que emiten los contraexpertos. Supongamos que en el ejemplo numérico no existe tal situación.

Para llevar a cabo la valuación, se proporciona a los contraexpertos, además del NBT medio, una escala endecadaria para facilitar su posición dando valores en el intervalo [0,1], estando de acuerdo y sin lugar a dudas en la correspondiente semántica, que en nuestro caso puede quedar como sigue:

- 0 : la retirada del cliente se produce en 2,7 períodos
- 0,1 : la retirada del cliente se produce en prácticamente 2,7 períodos
- 0,2 : la retirada del cliente se produce en casi 2,7 períodos
- 0,3 : la retirada del cliente se produce cercano a 2,7 períodos
- 0,4 : la retirada del cliente se produce más cerca de 2,7 que de 7,7 períodos
- 0,5 : la retirada del cliente se produce tan cerca de 2,7 como de 7,7 períodos
- 0,6 : la retirada del cliente se produce más cerca de 7,7 que de 2,7 períodos
- 0,7 : la retirada del cliente se produce cercano a 7,7 períodos
- 0,8 : la retirada del cliente se produce en casi 7,7 períodos
- 0,9 : la retirada del cliente se produce en prácticamente 7,7 períodos
- 1 : la retirada del cliente se produce en 7,7 períodos

Octubre 5, 6 y 7 de 2011

Ciudad Universitaria  
México, D.F.

Conservando siempre la preocupación de no restringir en absoluto la opinión de los expertos, se aceptan las valuaciones con números precisos o bien expresados en intervalos de confianza. Para seguir con el ejemplo numérico supongamos que las respuestas de los contraexpertos son:

Contraexperto 1	: [0,2 ; 0,4]	Contraexperto 6	: [0,3 ; 0,5]
Contraexperto 2	: [0,3 ; 0,4]	Contraexperto 7	: [0,7 ; 0,8]
Contraexperto 3	: [0,5]	Contraexperto 8	: [0,3 ; 0,6]
Contraexperto 4	: [0,4]	Contraexperto 9	: [0,2 ; 0,3]
Contraexperto 5	: [0,5 ; 0,8]	Contraexperto 10	: [0,5 ; 0,7]

Una vez obtenidas estas opiniones, pasamos a construir lo que se conoce como un “expertón”. El expertón es el número incierto más general que hay relativo a una opinión de expertos. Para ello, Kaufmann y Gil Aluja (1993) explican la forma de obtener dicho expertón con el desarrollo de tres fases. Apliquemos esto a nuestro ejemplo numérico.

1) Estadísticas o frecuencias absolutas. Se cuenta el número de veces en que los contraexpertos han dado la misma valuación tanto en los extremos inferiores como en los superiores, recordando que en los casos donde sólo se da la valuación con un número preciso, éste será contemplado como el valor inferior y superior. Así obtenemos el cuadro de estadísticas.

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

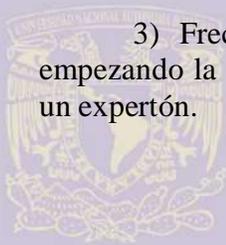
División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

Fax 52 (55) 5616.03.08

2) Frecuencias relativas o normalizadas. Basta con dividir del cuadro de estadísticas cada uno de los valores por el número total de contraexpertos, en este caso por 10, y obtenemos el cuadro de frecuencias relativas.

Estadísticas			Frecuencias Relativas		
0			0		
0,1			0,1		
0,2	2		0,2	0,2	
0,3	3	1	0,3	0,3	0,1
0,4	1	3	0,4	0,1	0,3
0,5	3	2	0,5	0,3	0,2
0,6		1	0,6		0,1
0,7	1	1	0,7	0,1	0,1
0,8		2	0,8		0,2
0,9			0,9		
1			1		

3) Frecuencias acumuladas complementarias. Acumulamos las frecuencias relativas empezando la agregación de abajo hacia arriba, es decir, de 1 hasta 0, obteniendo de esta forma un expertón.



Octubre 5, 6 y 7 de 2011  
Ciudad Universitaria  
México, D.F.

Expertón =

Frecuencias Relativas acumuladas		
0	1	1
0,1	1	1
0,2	1	1
0,3	0,8	1
0,4	0,5	0,9
0,5	0,4	0,6
0,6	0,1	0,4
0,7	0,1	0,3
0,8	0	0,2
0,9	0	0
1	0	0

[0,39 ; 0,54]

Gil Aluja (2002, pp.81) menciona que un expertón así representado es el número incierto que generaliza los números aleatorios borrosos, los números borrosos y los intervalos de confianza. Además constituye la agregación de opiniones numerizables manteniendo toda la información y permitiendo cualquier operación posterior, sea lineal o no lineal; situación que al trabajar con medias, perdemos información al dejar caer la entropía mucho antes de que fuese necesaria.

http://cor  
informac

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax 52 (55) 5616.03.08

Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

Podemos observar ya desde este momento que las opiniones de los contraexpertos se concentran entre 0,3; 0,4; 0,5 por el lado inferior y entre 0,4 y 0,5 por la parte superior. Vamos a obtener la esperanza matemática de este expertón: consideramos la media de la tabla, eliminando el primer nivel de la parte superior, por ser irrelevante para dicho cálculo. Es decir, es la suma de los valores inferiores y superiores divididos por 10:

$$[1 + 1 + 0,8 + 0,5 + 0,4 + 0,1 + 0,1 ]/10 = [3,9]/10 = 0,39$$

$$[1 + 1 + 1 + 0,9 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 ]/10 = [5,4]/10 = 0,54$$

Por tanto, la esperanza matemática del expertón viene dada por el intervalo de confianza:  
[0,39 ; 0,54]

Este intervalo resume la información que el expertón proporciona; se suele acompañar esta información debajo del expertón, como se muestra en el que se ha obtenido anteriormente.

Ha llegado la hora de transformar las valuaciones en [0,1] realizadas por los contraexpertos en momentos del tiempo, en nuestro caso en períodos de tiempo. Es decir, nos referimos a los R<sup>+</sup>-expertones.

Kaufmann y Gil Aluja (1993) mencionan que si un experto elige un intervalo  $[\alpha_1 ; \alpha_2]$  para una valuación en el intervalo  $[A^* ; A^*]$  similar a la de nuestro problema, entonces le corresponderá, por transformación lineal:

$$[A_1 ; A_2] = A^* (+) ((A^* - A^*) (\bullet) [\alpha_1 ; \alpha_2])$$

Aplicando la expresión anterior a n expertos, la fórmula se hace extensiva a los expertones para formar lo que se denomina R<sup>+</sup>- expertones. En nuestro caso, con los extremos [2,7; 7,7] y el expertón anterior, tenemos:

$$R^+ \text{-expertón} = 2,7 (+) ((7,7 - 2,7) (\bullet) \text{Expertón})$$

Sustituyendo tenemos:

$$R^+ \text{-expertón} = 2,7 (+) (5) (\bullet)$$

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>7,7</b>	<b>7,7</b>
<b>0,1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,1</b>	<b>7,7</b>	<b>7,7</b>
<b>0,2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,2</b>	<b>7,7</b>	<b>7,7</b>
<b>0,3</b>	<b>0,8</b>	<b>1</b>	<b>0,3</b>	<b>6,7</b>	<b>7,7</b>
<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,9</b>	<b>0,4</b>	<b>5,2</b>	<b>7,2</b>
<b>0,5</b>	<b>0,4</b>	<b>0,6</b>	<b>0,5</b>	<b>4,7</b>	<b>5,7</b>
<b>0,6</b>	<b>0,1</b>	<b>0,4</b>	<b>0,6</b>	<b>3,2</b>	<b>4,7</b>
<b>0,7</b>	<b>0,1</b>	<b>0,3</b>	<b>0,7</b>	<b>3,2</b>	<b>4,2</b>
<b>0,8</b>	<b>0</b>	<b>0,2</b>	<b>0,8</b>	<b>2,7</b>	<b>3,7</b>
<b>0,9</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0,9</b>	<b>2,7</b>	<b>2,7</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,7</b>

Cabe hacer la aclaración que en los expertones y  $R^+$ -expertones cuando una cifra se repite en el mismo nivel de valuación, se acostumbra ponerlo en el centro.

$R^+$ -expertón =

<b>0</b>	7,7	
<b>0,1</b>	7,7	
<b>0,2</b>	7,7	
<b>0,3</b>	6,7	7,7
<b>0,4</b>	5,2	7,2
<b>0,5</b>	4,7	5,7
<b>0,6</b>	3,2	4,7
<b>0,7</b>	3,2	4,2
<b>0,8</b>	2,7	3,7
<b>0,9</b>	2,7	
<b>1</b>	2,7	

[4,65 ; 5,4]

Observamos, como se había anunciado, que las cotas ubicadas en la parte inferior del  $R^+$ -expertón, se han reducido en relación a los extremos del NBT medio como consecuencia de que los contraexpertos han situado sus opiniones en el intervalo de tiempo presentado, que no es otra cosa más que la esperanza matemática de la información obtenida por los primeros expertos:  $[4,65; 5,4] \subset [2,7; 7,7]$ .

Una regla muy enunciada por los profesores precursores y seguidores de la borrosidad a los cuales les debemos todo este legado, es el dejar caer la entropía lo mas tarde posible para conservar al máximo toda la información. En este caso proponemos dejar caer la entropía al obtener el punto medio del intervalo  $[4,65; 5,4]$ , así obtenemos que el tiempo posible para que un cliente se retire definitivamente de la empresa se sitúa alrededor de 5,02 períodos que no necesariamente tiene que coincidir con el promedio obtenido a partir del NBT medio ( $\tilde{E} = [2,7;$

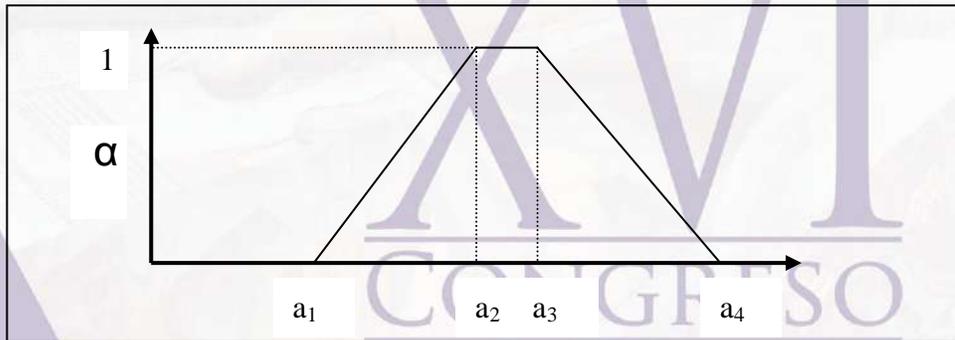
$4,8; 7,7]$ ), que en este caso es 5. El hecho de su cercanía corresponde a que tanto los expertos como los contraexpertos tienen una distribución de opiniones muy similares, de no ser de así, la diferencia puede ser mayor.

#### 4. Conclusiones y sugerencias de interés

En conclusión, en este ejemplo el tiempo valuado por los expertos para que el cliente abandone definitivamente la empresa es de cerca de 5 años, sin la necesidad de tener información previa de datos históricos ni la utilización de leyes de probabilidad, resultado suficiente debido a la opinión de un grupo de expertos para que a partir de sus apreciaciones subjetivas, pero muy valiosas, podamos obtener una estimación de la permanencia del cliente con la empresa.

Una extensión muy natural a este problema es cuando damos la posibilidad a los expertos a expresar sus opiniones en relación al período (o momento) de mayor posibilidad para que el cliente abandone la empresa a través de un intervalo de confianza. En este caso estaríamos

hablando de los llamados número borrosos trapezoidales (NBTp) cuya gráfica general tiene la siguiente forma:



Cabe mencionar que cuando existe poca información o la información es incompleta, es suficiente para impedir la correcta utilización de los esquemas ya conocidos en el ámbito de la certeza o del azar.

Además de lo mencionado en los párrafos anteriores, es importante subrayar que como continuación a la presente línea de investigación, se tienen contemplado realizar un estudio empírico sobre estas técnicas pertenecientes a la borrosidad.

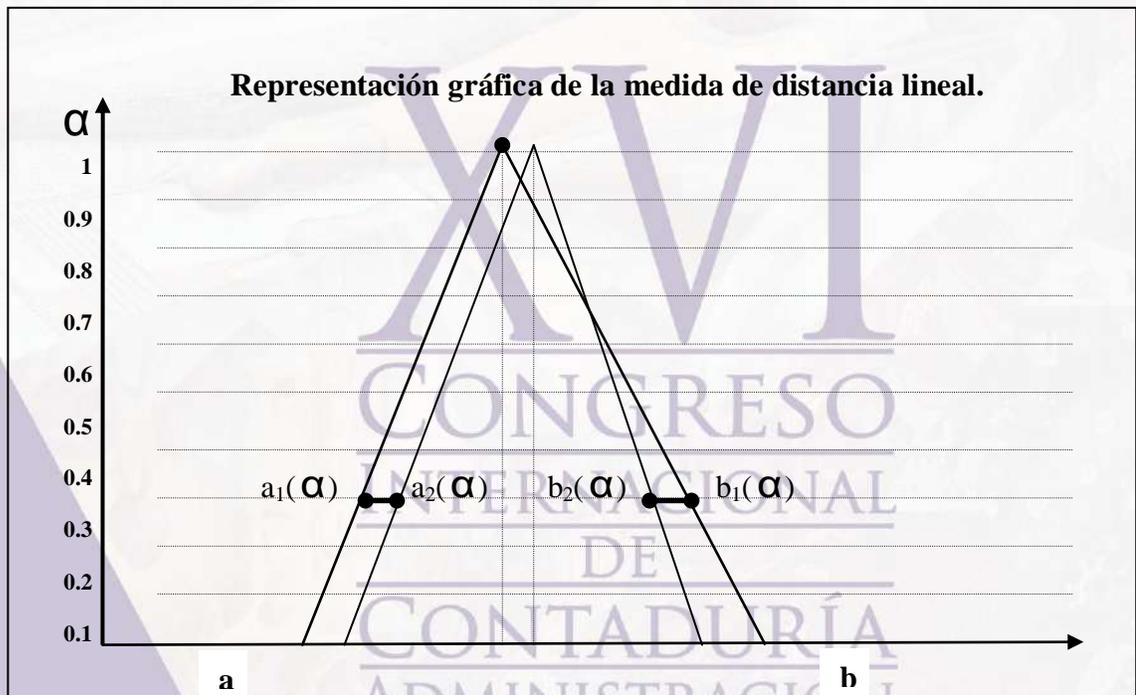
#### Apéndice:

Antes de explicar el desarrollo de los cálculos para obtener las distancias lineales, cabe mencionar que los NBT se pueden expresar de tres formas distintas: en forma ternaria con sus tres valores (por ejemplo  $NBT = (a_1; a_2; a_3)$ ), a través de las cuatro ecuaciones de las rectas que forman el NBT y finalmente bajo la forma llamada de **α-cortes**; ésta última forma, proporciona un intervalo de confianza para cada nivel de presunción de  $\alpha \in [0,1]$ , y es la que utilizamos en los desarrollos para calcular la distancia lineal.

Si la siguiente gráfica representa los dos números triangulares de comparación con  $N_1(\alpha)$  y  $N_2(\alpha)$ , definidos por sus **α-cortes**, tales que:

$$N_1(\alpha) = [a_1(\alpha); b_1(\alpha)]$$

$$N_2(\alpha) = [a_2(\alpha); b_2(\alpha)]$$



Entonces, se define como distancia lineal a la izquierda y a la derecha:

$$\Delta_i(N_1, N_2) = \frac{1}{b-a} \int_0^1 |a_1(\alpha) - a_2(\alpha)| d\alpha$$

$$\Delta_d(N_1, N_2) = \frac{1}{b-a} \int_0^1 |b_1(\alpha) - b_2(\alpha)| d\alpha$$

Donde los valores de  $a$  y  $b$  son en cierta forma arbitrarios a condición de que cubran los valores inferiores y superiores de los NBT que se comparan.

Por lo tanto, la *distancia lineal* es definida por los autores como:

$$\Delta(N_1, N_2) = \frac{1}{2} (\Delta_i(N_1, N_2) + \Delta_d(N_1, N_2))$$

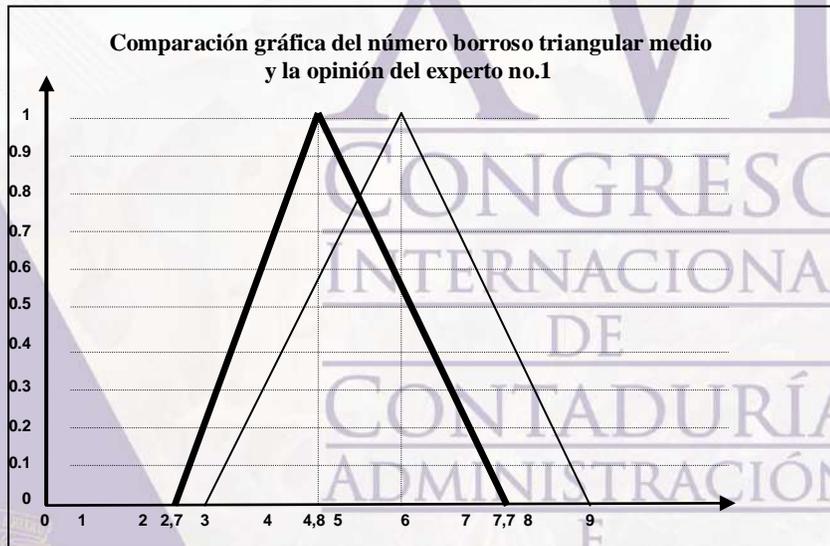
Cabe resaltar que es necesaria la introducción del factor  $\frac{1}{2}$  para que  $0 \leq \Delta \leq 1$  en todos los casos.

Con todo lo anterior, se calcula la distancia lineal para cada experto entre su número borroso triangular  $\tilde{E}_j$  y el NBT medio  $\tilde{E}$ .

A manera de ejemplo, mostramos el desarrollo para calcular la distancia lineal para el experto no.1. Haciendo la aclaración por nuestra parte que como los números borrosos a comparar son en particular NBT, entonces en lugar de realizar las integrales de la definición, vamos a servirnos de las propiedades geométricas de las formas triangulares recordando que el área de un triángulo es: (base x altura)/2. De tal manera que calculamos las áreas a la izquierda y derecha formando dos triángulos de cada lado. En caso de que las dos líneas del mismo lado se crucen, entonces es necesario conocer primero el punto de intersección  $(\alpha, t)$  para obtener la altura de los triángulos

opuestos por el vértice de intersección. Para las distancias lineales de estos expertos tomemos como valores para el referencial b-a los valores a = 1 y b = 9.

Experto 1. A continuación presentamos la gráfica del experto no.1 donde se compara su opinión con el NBT medio y los cálculos correspondientes para obtener la distancia lineal.



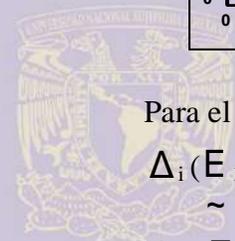
Para el cálculo de  $\Delta_i$ ,  $\Delta_d$  y  $\Delta$  del experto no.1 tenemos:

$$\Delta_i(\tilde{E}_1, \tilde{E}) = \frac{1}{8} \frac{(3-2,7)+(6-4,8)}{2} = \frac{1,5}{16} = 0,09375$$

$$\Delta_d(\tilde{E}_1, \tilde{E}) = \frac{1}{8} \frac{(6-4,8)+(9-7,7)}{2} = \frac{2,5}{16} = 0,15625$$

$$\Rightarrow \Delta_1 = \frac{0,09375 + 0,15625}{2} = 0,125 \text{ es la distancia lineal del experto no.1}$$

De esta forma se calculan las distancias lineales para los expertos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.



Octubre 5, 6 y 7 de 2011  
Ciudad Universitaria  
México



## Referencias bibliográficas

- Calciu, Mihai (2009). "Deterministic and stochastic Customer Lifetime Value models. Evaluating the impact of ignored heterogeneity in non-contractual contexts". *Journal of Targeting, Measurement, and Analysis for Marketing*. Vol.17 No.4, p257, 15p.
- Dwyer, Robert F. (1997). "Customer Lifetime Valuation to Support Marketing Decision Making". *Journal of Direct Marketing*, Vol.11 No.4, p6, 8p.
- Fader, Peter S; Hardie, Bruce G.S.; Lee, Ka Lok (2005). "Counting your Customer" the Easy Way: An Alternative to the Pareto/NBD Model". *Marketing Science*, Vol.24 No.2, p275, 10p.
- Gil Aluja, Jaime (2002). *Introducción de la Teoría de la incertidumbre en la gestión de empresas*. Vigo: Editorial Milladoiro.
- Gil Lafuente, A.M; Ortigosa, M; Merigó, J. M. (2007). *Teoría de la incertidumbre aplicada al valor del cliente en situaciones contractuales con intervalos de confianza* Disponible en: URL: <http://www.upo.es/RevMetCuant/art15.pdf>
- Gil Lafuente, A.M.; Ortigosa, M. (2009). "El valor del cliente en relaciones contractuales con estimaciones inciertas". *Revista de Administración, Finanzas y Economía*, Vol.3 No.2, p91, 20p.
- Gil Lafuente, Jaime (1997). *Marketing para el nuevo milenio: Nuevas Técnicas para la gestión comercial en la incertidumbre*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Grayson, Kent; Ambler, Tim (1999). "The dark Side of Long-Term Relationships in Marketing Services". *Journal of Marketing Research*, Vol.36 No.1, p132, 10p.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1990). *Las matematicas del azar y de la incertidumbre: Elementos básicos para su aplicación en economía*. Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramon Areces.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1992). *Técnicas de gestión de empresa: Previsiones, Decisiones y Estrategias*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Kaufmann, Arnold; Gil Aluja, Jaime (1993). *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Vigo: Editorial Milladoiro.
- Kolmogorov, A.N. (1956). *Foundations of the theory of Probability*. New York: Chelsea Publishing Company
- Kumar, V.; Venkatesan, Rajkumar; Bohling, Tim; Beckmann, Denise (2008). "The Power of CLV: Managing Customer Lifetime Value at IBM". *Marketing Science*, Vol.27 No.4, p585, 15p.
- Moorman, Christine; Zaltman, Gerald; Deshpandé, Rohit (1992). "Relationships Between Providers and Users of Market Research: The Dynamics of Trust Within and Between Organizations". *Journal of Marketing Research*, Vol.29 No.3, p314, 15p.
- Morgan, Robert M.; Hunt, Shelby D. (1994). "The Commitment-Trust Theory of Relationship Marketing". *Journal of Marketing*, Vol.58 No.3, p20, 19p.
- Pfeifer, Phillip E.; Carraway, Robert L. (2000). "Modeling Customer Relationships as Markov Chains". *Journal of Interactive Marketing*, Vol.14 No.2, p43, 13p.
- Reichheld, Frederick F.; Sasser, W. Earl Jr. (1990). "Zero Defections: Quality Comes to Services". *Harvard Business Review*, Vol.68 No.5, p105, 7p.

http://congreso

informacongreso@f

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax

52 (55) 5616.03.08

ANFECA  
Asociación Nacional de Facultades y  
Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510

- Reichheld, Frederick F. (1993). "Loyalty Based Management". *Harvard Business Review*, Vol.71 No.2, p64, 10p.
- Reichheld, Frederick F. (1994). "Loyalty and The Renaissance of Marketing". *Marketing Management*. Vol.2 No.4, p10, 12p.
- Reichheld, Frederick F. (2002). *El efecto lealtad: Crecimiento, Beneficios y Valor último*. Barcelona: Editorial Ariel.
- Reinartz, Werner J.; Kumar, V. (2000). "On the Profitability of Long-Life Customers in a Noncontractual Setting: An Empirical Investigation and Implications for Marketing". *Journal of Marketing*, Vol.64 No.4, p17, 19p.
- Schmittlein, David C.; Morrison, Donald G.; Colombo, Richard (1987). "Counting your customers: Who are they and What will they do next?". *Management Science*, Vol.33 No.1, p1, 24p.

XVI  
CONGRESO  
INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA  
ADMINISTRACIÓN  
E  
INFORMÁTICA



Octubre 5, 6 y 7 de 2011  
Ciudad Universitaria  
México, D.F.

<http://congreso.investiga.fca.unam.mx>

[informacongreso@fca.unam.mx](mailto:informacongreso@fca.unam.mx)

Teléfonos

52 (55) 5622.84.90

52 (55) 5622.84.80

Fax

52 (55) 5616.03.08



**ANFECA**  
Asociación Nacional de Facultades y  
Escuelas de Contaduría y Administración

División de Investigación, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM  
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria, México, D.F., C.P. 04510