



MEDIDAS DE RIESGO DE UN ÍNDICE BURSÁTIL DE LA ZONA EURO

Área de investigación: Finanzas

José Antonio Climent Hernández

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
México
antonio.climent@hotmail.com

Arturo Aguilar Vázquez

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco
aav@azc.uam.mx

XXII
CONGRESO INTERNACIONAL DE
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN
E INFORMÁTICA

MEDIDAS DE RIESGO DE UN ÍNDICE BURSÁTIL DE LA ZONA EURO

Resumen



En este trabajo se analizan los rendimientos del Eurostoxx, se estiman los estadísticos básicos, los parámetros α -estables, se realiza la prueba Anderson-Darling, se estima el exponente de auto-semejanza, y la dimensión fraccionaria de la distribución de probabilidad del índice para cuantificar los riesgos de mercado a través de la relación entre el exponente de auto-semejanza y el parámetro de estabilidad e indicar si los rendimientos presentan anti-persistencia, independencia o persistencia, se estiman las dimensiones fraccionarias (fractales) del índice, y se propone un modelo para estimar el valor en riesgo paramétrico, concluyendo que el Eurostoxx presenta memoria de corto plazo y menor riesgo en la dimensión fraccionaria que en la dimensión gaussiana.

Clasificación JEL: C16, C46, C14, D81, G12, G13.

Palabras clave: *Procesos α -estables, riesgo, ingeniería financiera.*

1. Introducción

Las matemáticas financieras evolucionan y a través de la ingeniería financiera se presenta una aplicación de administración de riesgos a través de distribuciones α -estables como alternativa para modelar series financieras que presentan dominios de atracción sub-gaussianos con impactos financieros y económicos de magnitudes diferentes debido a valores extremos y asimetría de los rendimientos.

Los trabajos de investigación de Panas (2001), Muñoz (2002), Samorodnitsky (2004), Belov *et al.* (2006), Luengas *et al.* (2010), Barunik y Kristoufek (2010), Quintero y Ruiz (2011), Rodríguez (2014), Salazar y Venegas-Martínez (2015) y Climent-Hernández *et al.* (2016) analizan el parámetro de estabilidad y el exponente de auto-semejanza y los relacionan con la dimensión fraccionaria (fractal) del espacio de probabilidad, la dimensión fraccionaria de la serie de tiempo y los efectos de memoria de los rendimientos, rechazando la hipótesis de distribución gaussiana. Definen el exponente de auto-semejanza como $H - as$ donde $H > 0$, e indican que el movimiento browniano (MB) es una representación inadecuada de la realidad, los modelos GARCH no representan la dependencia de largo plazo, el movimiento browniano fraccionario (MBF) es $H - as$ con exponente $0 < H < 1$; definen los procesos de Lévy e indican que los procesos α -estables son los únicos procesos de Lévy $H - as$. Muestran que la estimación del exponente de auto-semejanza es dependiente de



leptocurtosis. Utilizan los métodos: rango re-escalado (RR), recuento por cajas (RC), análisis de fluctuación sin tendencia multi-fraccionaria (AFSTMF), media móvil sin tendencia (MMST) y exponente de Hurst generalizado (EHG) y concluyen que los métodos EHG(q) muestran propiedades más adecuadas que otros métodos, que las distribuciones α -estables son eficientes para la valuación de riesgos, que las series son auto-similares, que la estimación y validación de las distribuciones α -estables y el exponente de auto- semejanza son importantes en la ingeniería financiera, administración de riesgos, valuación de productos derivados y productos estructurados.

Los trabajos de Climent-Hernández *et al.* (2016) y Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016) muestran evidencia de que las distribuciones α -estables modelan adecuadamente los rendimientos subyacentes, entonces, el objetivo de innovación es estimar el par (α, H) del Eurostoxx para conocer la distribución, la dimensión del espacio de probabilidad (Ω, F, P) , la dimensión de la serie de tiempo; empleando el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros α -estables, el método EHG(1) para estimar el exponente de auto- semejanza, y comparar las medidas de riesgo a través del par (α, H) , presentando una propuesta para estimar el valor en riesgo paramétrico de subyacentes que presentan rendimientos log-estables.

El trabajo está organizado de la forma siguiente: en la sección 2 se presentan propiedades importantes de las distribuciones α -estables y la relación entre el parámetro de estabilidad y el exponente de auto- semejanza; en la sección 3 se realiza el análisis de los rendimientos del Eurostoxx, la estimación de los estadísticos básicos, la estimación de los parámetros α -estables, la prueba de bondad de ajuste y la estimación del exponente de auto- semejanza, la estimación de las dimensiones de la distribución y de la serie de tiempo, la cuantificación del riesgo a través del parámetro de estabilidad y el exponente de auto- semejanza, y una propuesta para estimar, en investigaciones futuras, el valor en riesgo paramétrico; en la sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo, y por último la bibliografía.

2. Las distribuciones α -estables y el exponente de auto- semejanza

Los procesos $X(t)$ son auto- semejantes con exponente $H > 0$, si para toda $a \in (0, \infty)$, las distribuciones finito- dimensionales de $X(at)$ son idénticas a las distribuciones finito- dimensionales de $a^H X(t)$:

$$(X(at_1), \dots, X(at_n)) \stackrel{d}{=} (a^H X(t_1), \dots, a^H X(t_n)) \quad (1)$$

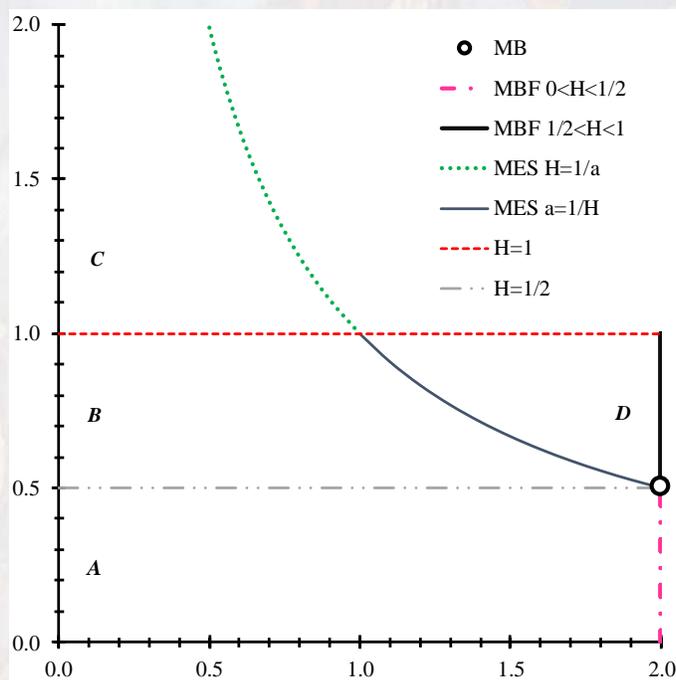
El movimiento α -estable simétrico de Lévy (MES) es H -as con $H = \alpha^{-1}$, entonces, $H \in [2^{-1}, \infty)$, por lo tanto, el MB es H -as con $H = 2^{-1}$.

Si los procesos $X(t)$ son H -as, entonces, para toda $t \in \mathbb{R}$, los procesos $Y(t) = \exp(-tH)X(\exp(t))$ son estacionarios y para toda $t \in (0, \infty)$, los procesos $X(t) = t^H X(\exp(\ln(t)))$ son H -as. Si $X(t)$ es el MB, entonces $Y(t) = \exp(-2^{-1}t)X(\exp(t))$ es un proceso Orstein-Unlenbeck que se utiliza en derivados climáticos.

Si los procesos $X(t)$ son H -asie y $P(X(1) \neq 0) > 0$, entonces, $E(|X(1)|^p) < \infty$, por lo tanto, se satisface que $H \in (0, p^{-1})$ cuando $p \in (0, 1)$ y $H \in (0, 1]$ cuando $p \in [1, 2]$. En la Grafica 1 se muestra la región de valores para el par (α, H) .



Gráfica 1
Regiones de valores para el par (α, H)



Fuente: Elaboración propia



En la Gráfica 1, el eje de las abscisas representa el parámetro α y el eje de las ordenadas representa el exponente de auto-semejanza, se presentan las regiones A , B , C y D ; el MB es un caso particular de las distribuciones α -estables y está representado por la circunferencia negra; el MBF está representado por las líneas verticales (rosa discontinua punteada y continua negra) donde el MB es un caso particular del MBF, que también, es un caso particular de las distribuciones α -estables; el MES está representado por la línea punteada verde y la línea continua marino sobre la hipérbola $H = \alpha^{-1}$; el movimiento α -estable fraccionario lineal (MEFL) está representando por los conjuntos:

$$A = \{(\alpha, H) : 0 < \alpha \leq 2 \wedge 0 < H \leq 2^{-1}\}$$

$$B = \{(\alpha, H) : 0 < \alpha < H^{-1} \wedge 2^{-1} < H \leq 1\}$$

$$C = \{(\alpha, H) : 0 < \alpha < H^{-1} \wedge H > 1\}$$

$$D = \{(\alpha, H) : H^{-1} < \alpha \leq 2 \wedge 2^{-1} \leq H < 1\}$$

donde los conjuntos A , B y C son procesos anti-persistentes y el conjunto D representa procesos persistentes; el ME está representado por los conjuntos:

$$E = \{(\alpha, H) : H = \alpha^{-1} \wedge H > 1 \text{ si } 0 < \alpha < 1\}$$

$$F = \{(\alpha, H) : H = \alpha^{-1} \wedge 2^{-1} \leq H \leq 1 \text{ si } 1 \leq \alpha \leq 2\}$$

donde los conjuntos E (línea punteada verde) y F (línea continua marino) representan procesos independientes que incluyen al MES y al MB donde éste es un caso particular del MES; el movimiento α -estable log-fraccionario (MElogF) está representado por el conjunto:

$$G = \{(\alpha, H) : H = \alpha^{-1} \wedge 2^{-1} \leq H < 1 \text{ si } 1 < \alpha \leq 2\}$$

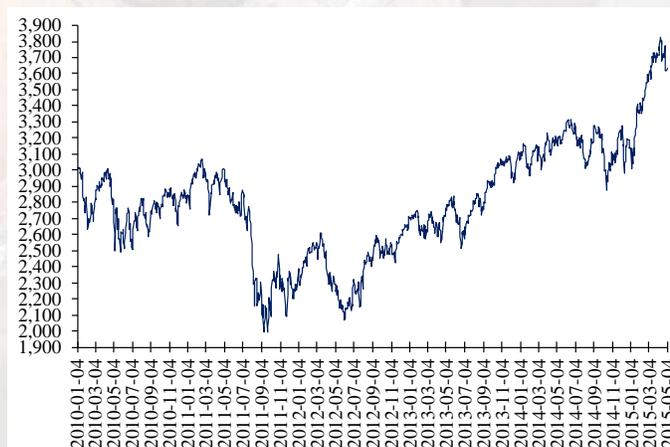
donde el conjunto G (línea continua marino) representa procesos independientes, el MB es un proceso con incrementos independientes y también es un caso particular del MElogF.

3. Análisis del Eurostoxx

La trayectoria del Eurostoxx durante el periodo del 4 de enero de 2010 al 4 de mayo de 2015 se presenta en la Gráfica 2.



Gráfica 2
Trayectoria del Eurostoxx



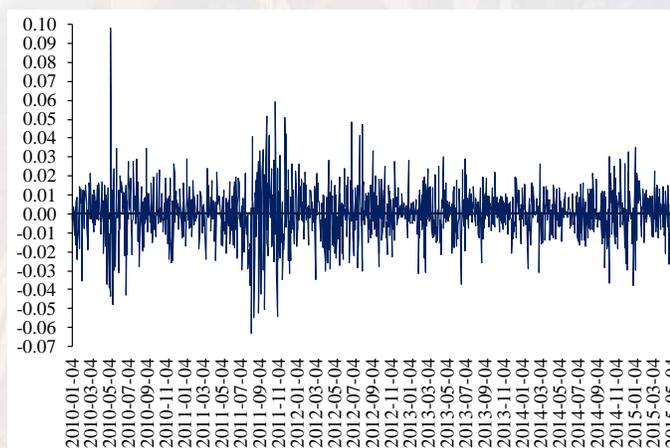
Fuente: Elaboración propia

En la Gráfica 2 se observa la trayectoria del Eurostoxx con 1,371 observaciones que presentan un mínimo de 1,995.01 y un máximo de 3,828.78 puntos. La trayectoria del índice es consistente con la presentada por Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016).

3.1 Estimación de los estadísticos básicos de los rendimientos

Los rendimientos diarios del Eurostoxx se presentan en la Gráfica 3.

Gráfica 3
Rendimientos del Eurostoxx



Fuente: Elaboración propia

En la Gráfica 3 se observan los rendimientos diarios del Eurostoxx que presentan un mínimo de -6.3182% y un máximo de 9.8466%. La estimación de



los estadísticos básicos de los rendimientos diarios del Eurostoxx se presenta en el Cuadro 1.

Cuadro 1
Estadísticos básicos de los rendimientos

Subyacente	Mínimo	Máximo	Promedio	Desviación	Asimetría	Curtosis
Eurostoxx	-0.063182	0.098466	0.000054	0.013671	0.088334	7.033300

Fuente: Elaboración propia

En el Cuadro 1 se muestran los estadísticos básicos de los rendimientos: el promedio indica que los rendimientos del Eurostoxx se aprecian, el coeficiente asimetría indica que los rendimientos tienen una distribución con sesgo positivo y se extiende a valores positivos con mayor frecuencia que a valores negativos, el coeficiente de curtosis indica que la distribución de los rendimientos es leptocúrtica con respecto a la distribución gaussiana, por lo tanto, los rendimientos presentan una distribución leptocúrtica y asimétrica. La estimación de los estadísticos básicos es consistente a la obtenida en Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016) porque el periodo es el mismo.

3.2 Estimación de los parámetros α -estables

Los estadísticos básicos indican que la distribución es leptocúrtica y asimétrica, entonces, se realiza la estimación de los parámetros α -estables para estimar la dimensión del espacio de probabilidad y la forma de la distribución de los rendimientos del Eurostoxx. La estimación de parámetros α -estables se presenta en el Cuadro 2.

Cuadro 2
Estimación de los parámetros α -estables 95% de confianza

Subyacente	α	β	γ	δ
Eurostoxx	1.7020 \pm 0.0799	-0.1910 \pm 0.2224	0.007864 \pm 0.00039809	-0.000085 \pm 0.00073399

Fuente: Elaboración propia

Los parámetros α -estables de los rendimientos del Eurostoxx presentados en el Cuadro 2 son consistentes con los resultados de las investigaciones de Dostoglou y Rachev (1999), Čížek et al. (2005), Scalas y Kim (2006), y Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016) y Climent-Hernández et al. (2016). El parámetro de estabilidad indica que la distribución de los rendimientos es leptocúrtica, el parámetro de asimetría indica que la distribución se extiende hacia el extremo izquierdo con mayor frecuencia que hacia el extremo derecho, por lo tanto, los rendimientos del Eurostoxx presentan leptocurtosis y asimetría negativa. La estimación de los parámetros α -estables es consistente a la obtenida por Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016) y Climent-Hernández et al. (2016).



3.3 Prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling

La prueba de la hipótesis nula, H_0 , de que los rendimientos presentan una distribución α -estable o gaussiana contra la hipótesis alternativa, H_1 , de que los rendimientos no presentan una distribución gaussiana o no presentan una distribución α -estable se realiza a través del estadístico Anderson-Darling y los resultados se presentan en el Cuadro 3.



Cuadro 3
Resultados de la prueba Anderson-Darling

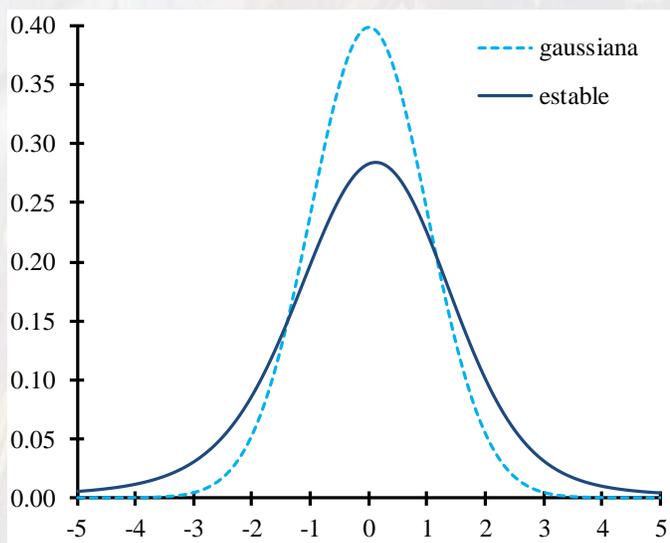
Distribución	A^2	$A_{0.99}^2$	Resultado
Gaussiana	10.2716	1.0350	Rechazar H_0
α -estable	1.1834	3.8570	No rechazar H_0

Fuente: Elaboración propia

Los resultados del Cuadro 3 indican que se debe rechazar la hipótesis nula de que los rendimientos del Eurostoxx presentan una distribución gaussiana y que no se debe rechazar la hipótesis nula de que los rendimientos presentan una distribución α -estable en un espacio de probabilidad fraccionario. Las formas de las distribuciones: log-gaussiana y log-estable se presentan en la Gráfica 4.



Gráfica 4
Distribuciones log-gaussiana y log-estable



Fuente: Elaboración propia

En la Gráfica 4 se observan las distribuciones log-gaussiana (línea discontinua) y log-estable (línea continua) que presenta leptocurtosis e indica que eventos cercanos al origen ocurren con frecuencia menor a lo esperado con la distribución log-gaussiana, eventos extremos ocurren con frecuencia mayor a lo esperado con la distribución log-gaussiana, y presenta asimetría negativa, que

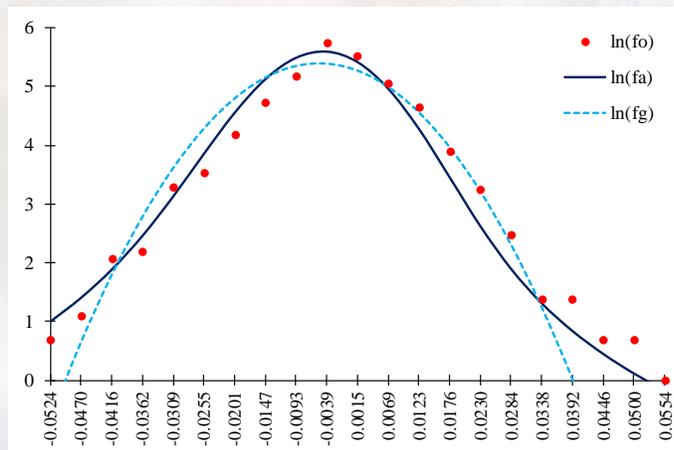


indica que la moda está ubicada a la derecha de la media, moda y mediana de la distribución log-gaussiana, entonces, la distribución log-gaussiana sobrestima eventos de bajo impacto financiero y económico y subestima eventos de alto impacto financiero y económico, tales como ganancias o pérdidas cuantiosas. El logaritmo de frecuencias de los rendimientos se presenta en la Gráfica 5.



Gráfica 5

Logaritmo de las frecuencias de los rendimientos subyacentes



Fuente: Elaboración propia a través de hoja de cálculo

En la Gráfica 5 se observa que la estimación de los rendimientos es más adecuada a través de la distribución log-estable (línea continua) porque modela adecuadamente la curtosis y la asimetría de los rendimientos observados (puntos) que la distribución log-gaussiana (línea discontinua), entonces, el modelo log-estable cuantifica más adecuadamente, que el modelo log-gaussiano, las frecuencias de utilidades de alto y bajo impacto financiero y económico. Por lo tanto, el proceso log-estable es idóneo para modelar la trayectoria del índice y es pertinente para aplicaciones de valuación de productos derivados financieros como contratos a plazo, futuros, swaps y opciones, portafolios de inversión, productos estructurados, y valor en riesgo paramétrico en mercados incompletos y log-estables.

3.4 Estimación del exponente de auto- semejanza

La estimación del exponente de auto- semejanza a través del EHG(1) se presentan en el Cuadro 5.



Cuadro 5
Estimación del exponente de auto-semejanza

Subyacente	EHG(1)	Mínimo	Máximo	σ
Eurostoxx	0.4853	0.4734	0.5011	0.0084

Fuente: Elaboración propia



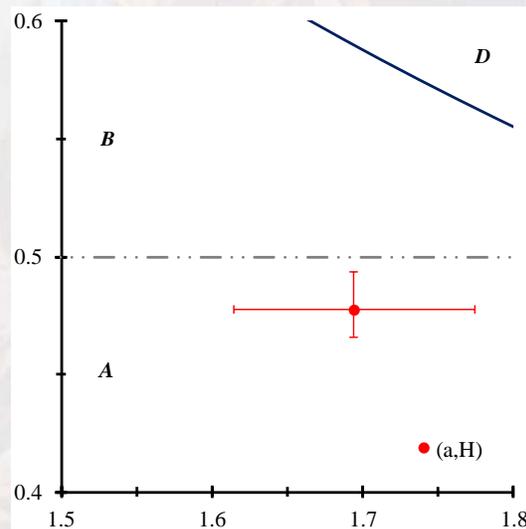
Los resultados del Cuadro 5 son consistentes con los obtenidos por Climent-Hernández *et al.* (2016) y confirman que el Eurostoxx presenta reversión a la media, porque:

$$\aleph = \alpha H = 0.8058 < 1 \quad (2)$$

Climent-Hernández *et al.* (2016) proponen que índice \aleph relaciona la dimensión del espacio de probabilidad y el exponente de auto-semejanza para inferir el comportamiento de los eventos. El exponente de auto-semejanza indica que la probabilidad de que el Eurostoxx continúe incrementando, dado que ha estado incrementando es 48.53% y la probabilidad de que cambie su trayectoria y comience a disminuir, dado estado incrementando es 51.47%, entonces, la probabilidad de que la trayectoria presente reversión a la media es mayor que la probabilidad de que la trayectoria persista. La relación del par (α, H) se presenta en la Gráfica 6.



Gráfica 6:
Relación del par (α, H) del Eurostoxx



Fuente: Elaboración propia

En la Gráfica 6 se observa que el par (α, H) del Eurostoxx se encuentra en la región A, que representa al MEFL que es H -*asie* y anti-persistente, con

rango $[0.4734, 0.5011]$, donde la estimación del exponente de auto-semejanza representa la probabilidad de incremento del índice.

La covarianza es inexistente cuando $\alpha < 2$, la covariación sustituye a la covarianza cuando $1 \leq \alpha < 2$, si las variables aleatorias X e Y son α -estables, conjuntas e independientes, entonces, la covarianza es nula, si $\alpha = 2$, entonces, la covariación es la covarianza. La correlación es inexistente cuando $\alpha < 2$, la codiferencia es una medida de dependencia bivariada, si las variables aleatorias X e Y son α -estables, conjuntas e independientes, entonces, la codiferencia es nula, si $\alpha = 2$, entonces, la codiferencia es la correlación. En el caso del Eurostoxx, para que los eventos presenten una covariación o codiferencia nula, es decir, independencia estocástica, entonces, el exponente de auto-semejanza tiene que estar cercano al valor $H = 0.5875$ y para que presente memoria de largo plazo el exponente de auto-semejanza tiene que satisfacer la condición $H > 0.5875$. Por lo tanto, el proceso presenta reversión a la media y una codiferencia negativa.



3.5 Estimación de la dimensión del espacio de probabilidad

Las estimaciones de las dimensiones del espacio de probabilidad y de la serie de tiempo son relevantes para cuantificar riesgos, entonces, la dimensión del espacio de probabilidad es fraccionaria:

$$\dim((\Omega, F, P)) = \alpha = 1.7020 < 2 \quad (3)$$

suponiendo que $H = \alpha^{-1} = 0.5875$, la dimensión de la serie de tiempo es fraccionaria:

$$D_\alpha = \dim(R) = 2 - \alpha^{-1} = 2 - 0.5875 = 1.4125 < 2 \quad (4)$$

y dado que $H = 0.4853$, la dimensión de la serie de tiempo es fraccionaria:

$$D_H = \dim(R) = 2 - H = 2 - 0.5875 = 1.5147 < 2 \quad (5)$$

Por lo tanto, las dimensiones del espacio de probabilidad y de la serie de tiempo son fraccionarias.

3.6 Estimación del riesgo

Los rendimientos del Eurostoxx ocupan un área menor en el plano que el área ocupada bajo el supuesto log-gaussiano, por lo tanto, presentan un riesgo menor en el espacio de probabilidad fraccionario que en el espacio de probabilidad gaussiano:



$$\begin{aligned}
 \Omega &= \alpha\gamma = 0.01338514 \\
 \Omega &= H^{-1}\gamma = 0.01620627 \\
 \square &= D_{\alpha}\gamma = 0.01106877 \quad (6) \\
 \square &= D_H\gamma = 0.01191241 \\
 \square &= D_g\sigma = 0.02708762
 \end{aligned}$$



Por lo tanto, los inversionistas log-estables cuantifican adecuadamente los riesgos, presentan mayor aversión al riesgo que los inversionistas log-gaussianos porque modelan adecuadamente la leptocurtosis y la asimetría de los rendimientos.

Por lo tanto, el par (α, H) permite inferir el riesgo de los eventos porque si el parámetro de estabilidad es menor que dos, entonces, se presentan probabilidades mayores de eventos extremos superiores a los esperados, considerados cisnes negros por la distribución gaussiana, lo que se transforma en utilidades significativas, si el parámetro de estabilidad se aproxima a dos, entonces, se presentan probabilidades semejantes a los eventos esperados por la distribución log-gaussiana.



Los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación son congruentes con los presentados por Climent-Hernández y Cruz-Matú (2016) quienes valúan opciones de compra sobre el Eurostoxx, durante el periodo del 4 de enero de 2010 al 3 de septiembre de 2014, para valuar un producto estructurado de compra; Climent-Hernández *et al.* (2016) quienes analizan el parámetro de estabilidad y el exponente de auto-semejanza y los relacionan con la dimensión fraccionaria (fractal) del espacio de probabilidad, la dimensión fraccionaria de la serie de tiempo y los efectos de memoria de los rendimientos, rechazando la hipótesis de distribución gaussiana; Climent-Hernández *et al.* (2015) quienes valúan un portafolio de un producto estructurado de compra al alza, Climent-Hernández (2016) quien estima la diversificación de recursos de un producto estructurado considerando la duración y la convexidad de los mercados de deuda y la no linealidad de los mercados de opciones. Los resultados obtenidos, motivan a presentar una propuesta para estimar, en investigaciones futuras, el valor en riesgo paramétrico (VaR) de subyacentes que presentan rendimientos log-estables en mercados incompletos, incluyendo el análisis del par (α, H) para probar la idoneidad de los procesos log-estables.



Sea $d\Pi = \delta dt + \gamma dY_t$ donde $\delta \in \square$, $\gamma \in \square_{++}$ y $Y_t \sim S_1(\alpha, \beta)$ definido en $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_{t \in [0, T]}, P)$ el cambio en el valor de un portafolio en el periodo $[0, T]$ y X una variable aleatoria α -estable con distribución continua $F_X(x)$, entonces,

$-\text{VaR}_{1-\zeta}^X = F_X^{-1}(\zeta)$ y $X = d\Pi \sim S_1(\alpha, \beta, \gamma\tau^{\alpha-1})$ con $\tau = T - t$, por lo tanto, el VaR relativo es:

$$\text{VaR}_{1-\zeta}^X = Z_\zeta \gamma_X \sqrt{\tau} \quad (7)$$

donde Z_ζ es el ζ -fractil de la variable aleatoria $Z \sim S_1(\alpha, \beta)$, $\gamma_X^2 = \langle \mathbf{w}, \mathbf{Q}\mathbf{w} \rangle$ y $\tau = T - t$.

El modelo propuesto es adecuado para portafolios con acciones, divisas y mercancías, pero es inadecuado para instrumentos del mercado de deuda (bonos) o instrumentos no lineales como las opciones, entonces, es necesario un modelo lineal para modelar la duración de los contratos a plazo, futuros y swaps y un modelo cuadrático para modelar la duración y la convexidad del mercado de deuda y la no linealidad del mercado de opciones para estimar el VaR de cada uno de los factores de riesgo y el VaR del portafolio.

4. Conclusiones

Los parámetros α -estables y la prueba AD indican que la distribución α -estable estimada es más eficiente que la distribución gaussiana para cuantificar riesgos de mercado; el exponente de auto- semejanza indica que la serie es auto-similar, rechazando la hipótesis de la distribución gaussiana de los rendimientos.

La importancia estadística del par (α, H) permite inferir riesgos y dado que $\aleph < 1$, entonces, los rendimientos del Eurostoxx son anti-persistentes, presentan memoria de corto plazo, reversión a la media, y codiferencia negativa porque $D > 2 - \alpha^{-1}$. El parámetro de escala es una medida de riesgo. El parámetro de asimetría tiene relación con las frecuencias de los movimientos de la serie, si $\beta < 0$, la serie presenta eventos con movimientos negativos con mayor frecuencia que los eventos positivos, generando ganancias o pérdidas significativas que son potenciadas por el parámetro de escala; por lo tanto la estimación y validación de los parámetros de las distribuciones α -estables y el exponente de auto- semejanza son importantes en la creación de instrumentos de inversión innovadores utilizando la ingeniería financiera, administración de riesgos y valuación de productos derivados.

En trabajos futuros se pueden valorar productos estructurados sobre contratos a plazo (forwards), futuros, swaps u opciones y valorar el valor en riesgo paramétrico de portafolios con subyacentes de mercados de deuda, capitales, derivados que presentan rendimientos log-estables y que son auto-similares.



Bibliografía

- Barunik, J. y L. Kristoufek (2010). On Hurst exponent estimation under heavy-tailed distributions, *Physica A*, 389:3844-3855.
- Belov, I., A. Kabašinskas y L. Sakalauskas (2006). A Study of Stable Models of Stock Markets, *Information Technology And Control*, 35(1):34-56.
- Čížek, P., W. Härdle y R. Weron (2005). Stable Distributions. Statistical Tools for Finance and Insurance. Berlin, Springer: 21-44.
- Climent-Hernández, J. A. y F. Venegas-Martínez (2013). Valuación de opciones sobre subyacentes con rendimientos α -estables, *Revista de Contaduría y Administración*, 58(4):119-150.
- Climent-Hernández, J. A., F. Venegas-Martínez y F. Ortiz Arango (2015). Portafolio óptimo y productos estructurados en mercados α -estables: un enfoque de minimización de riesgo, *Revista Nicolaita de Estudios Económicos*, X(2):81-106.
- Climent-Hernández, J. A., L. F. Hoyos-Reyes y D. Rodríguez Benavides (2016). Los procesos α -estables y su relación con el exponente de auto-semejanza: paridades de los tipos de cambio Dólar americano, Dólar canadiense, Euro y Yen, *Revista Contaduría y Administración*, Publicación próxima.
- Climent-Hernández, J. A. y C. Cruz-Matú (2016). Valuación de un producto estructurado de compra sobre el SX5E cuando la incertidumbre de los rendimientos está modelada con procesos estables, *Revista Contaduría y Administración*, Publicación próxima.
- Climent-Hernández, J. A. (2016). Portafolios de dispersión mínima con rendimientos log-estables, *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 12(2):49-69.
- Dostoglou, S. y S. T. Rachev (1999). Stable Distributions and Term Structure of Interest Rates, *Mathematical and Computer Modelling*, 29(10):57-60.
- Luengas Domínguez, D., E. Ardila Romero, J. F. Moreno Trujillo (2010). Metodología en interpretación del coeficiente de Hurts, *Odeon*, 5:265-290.
- Muñoz San Miguel, J. (2002). La dimensión fractal en el Mercado de capitales. Universidad de Sevilla.



Ortiz-Ramírez, A., F. Venegas-Martínez y F. López-Herrera (2011). Valuación de una nota estructurada que liga el rendimiento de un índice bursátil con los pagos de un bono y un derivado, *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, 1(2): 49-62.

Panas, E. (2001). Estimating fractal dimension using stable distributions and exploring long memory through ARFIMA models in Athens Stock Exchange, *Applied Financial Economics*, 11(4):395- 402.

Quintero Delgado, O. Y. y J. Ruiz Delgado (2011). Estimación del exponente de Hurst y la dimensión fractal de una superficie topográfica a través de la extracción de perfiles, *Geomática*, 5:84-91.

Rodríguez Aguilar, R. (2014). El coeficiente de Hurst y el parámetro α -estable para el análisis de series financieras: Aplicación al mercado cambiario mexicano, *Contaduría y Administración*, 59(1):149-173.

Samorodnitsky, G. (2004). Extreme Value Theory, Ergodic Theory and the Boundary between Short Memory and Long Memory for Stationary Stable Processes. *The Annals of Probability*, 32(2):1438-1468.

Salazar Núñez, H.F. y F. Venegas-Martínez (2015). Memoria larga en el tipo de cambio nominal: evidencia internacional, *Contaduría y Administración*, 60(3):615–630.

Scalas, E. y K. Kim (2006). The Art of Fitting Financial Time Series with Levy Stable Distributions, Munich Personal RePEc Archive August (336):1-17. mpra.ub.uni-muenchen.de/336.

