

## ANÁLISIS DE ALGUNOS TÉRMINOS BÁSICOS UTILIZADOS EN LA ESTADÍSTICA

Área de investigación: Educación en contaduría, administración, informática y negocios internacionales

**Carmen Nolasco Gutiérrez**

División de Investigación

Facultad de Contaduría y Administración

Universidad Nacional Autónoma de México

México

[cnolasco@fca.unam.mx](mailto:cnolasco@fca.unam.mx)

**Octubre 9, 10 y 11 de 2019**

Ciudad Universitaria | Ciudad de México



## ANÁLISIS DE ALGUNOS TÉRMINOS BÁSICOS UTILIZADOS EN LA ESTADÍSTICA



“Dios no juega a los dados con el universo”.

A. Einstein

“Einstein estaba doblemente equivocado... No sólo Dios juega a los dados, sino que a veces nos confunde tirándolos donde no los podemos ver”.

S.Hawking

### Resumen

La Estadística es una disciplina muy utilizada en la actualidad en las carreras contables y administrativas como un auxiliar muy importante para la toma de decisiones. Sin embargo, en múltiples ocasiones es usada sin considerar la base teórica que la sustenta y solamente se le utiliza porque se le considera, ya sea como un pretexto para hacer notar la supuesta importancia de un trabajo y que éste fue realizado con gran rigor matemático o para probar supuestos sin ningún sustento metodológico sólo atendiendo a situaciones ajenas al problema que se quiere abordar.

Sin embargo, la Estadística es una rama de la matemática y como tal tiene un trasfondo que puede llegar, no solamente a consideraciones matemáticas diversas, sino incluso hasta un cuestionamiento filosófico y un rigor metodológico que en ocasiones se vuelve bastante engorroso ya que está basado en una serie de términos y condiciones estrictos que no es posible hacer de lado porque perdería su utilidad y que son condiciones que, en muchos casos, por desconocimiento de las mismas o por simple omisión hacen que se tomen a la ligera los modelos estadísticos para aplicarlos a cualquier situación, sin que les importe a los supuestos investigadores si tienen utilidad o no para el caso que estudian.

Actualmente muchos investigadores toman como algo absolutamente veraz los resultados que surgen del uso de modelos estadísticos a través de paquetes informáticos y aplicando, como si fuera una receta de cocina un índice que arrojó la computadora, sin tomar en cuenta el significado real de lo obtenido, ya que en alguna parte leyeron que, si ese número estaba dentro de un determinado intervalo, el resultado de su investigación era indiscriminadamente válido. Nunca se detienen a reflexionar que la estadística es una herramienta que únicamente sirve





si se cumple con una serie de condiciones que deben ser conocidas *a priori* y sin tomar en cuenta inclusive si el problema al que se enfrentan requiere de modelos estadísticos o no. Sin esta reflexión es solamente estar jugando a ser investigador.

Con el afán de aclarar esta situación, este trabajo presenta en esta primera parte el análisis de algunos términos usados en todo estudio estadístico, los cuales en muchas ocasiones son usados erróneamente, a veces confundiéndolos unos con otros y sin el conocimiento que sus limitantes imponen al aplicarlos.

**Palabras clave:** estadística, incertidumbre, azar.

## Introducción

El objetivo principal del presente trabajo es reiterar la denuncia del mal uso que se le ha dado a la Estadística en multitud de trabajos que se refieren a la Contaduría y la Administración, cuyos autores consideran en muchos casos el hecho de que si el resultado de la aplicación, en multitud de ocasiones arbitraria, de modelos estadísticos<sup>1</sup> resulta dentro de un rango preestablecido en alguna tabla matemática o incluso de acuerdo con lo obtenido en otros trabajos similares, es garantía de que se ha hecho algo que ayudará al desarrollo científico o tecnológico o, por lo menos, legitimará en alguna medida el éxito de la aplicación de una política para tomar una decisión que será -supuestamente- muy beneficiosa para una organización, sin tener la más mínima idea de qué significa la aplicación de esos modelos.

Incluso hay quien piensa que, si no incluye un modelo estadístico dentro del trabajo, venga al caso o no, el trabajo no será válido, descontando de un solo golpe las investigaciones de múltiples disciplinas como la historia, la música e incluso de la misma matemática, que por no incluir algún modelo estadístico ya no son consideradas como algo verdaderamente científico.



<sup>1</sup> Para el propósito del presente trabajo se denominará *modelo estadístico* a una imagen simplificada de la realidad a través de una representación matemática que puede incluir números, letras, símbolos o entidades matemáticas más complejas.



De acuerdo con lo anterior hay investigadores que toman modelos estadísticos -sobre todo, de ser posible, el de moda- y se aplican a las más peregrinas situaciones, en muchos casos con conocimiento de todas las omisiones que se están produciendo pero, quizás en la mayoría de los casos, sin tener claro qué es lo que hacen y sin saber verdaderamente qué consecuencias pueda tener el haber trabajado a ciegas con modelos de los que no saben qué son, qué representan, cuáles son sus restricciones, cuáles son sus condiciones o hasta qué punto pueden ser utilizados y que, como consecuencia, serán intrascendentes para el resultado obtenido, cuando no francamente perjudiciales, causando pérdida de tiempo e incluso de dinero para los investigadores.

El segundo objetivo del trabajo es hacer una serie de precisiones acerca de varios términos usados en forma común dentro del lenguaje cotidiano cuando se habla de Estadística -haciendo la aclaración de que no se pretende agotarlos todos- con la finalidad de que cuando se utilicen se haga con la mayor corrección posible y, sobre todo, tomando en cuenta las consecuencias derivadas de su aplicación.

De esto último deseo hacer una especial mención. La estadística matemática, como una rama de esta disciplina identifica leyes e interrelaciones que se aplican al mundo de la matemática, como una ciencia, sin que les importe mucho la aplicación a las situaciones cotidianas, para las cuales no fueron desarrolladas. Esa estadística no se cuestionará aquí, ya que esencialmente sus modelos son teóricos y no tienen que ver con la realidad administrativa. Aquí se estará hablando de la estadística aplicada a la contaduría y la administración y los problemas a los cuales se enfrenta cuando se toman decisiones con base en esas aplicaciones.

Otra aclaración es que el presente trabajo se refiere específicamente a la Estadística como disciplina, no a las estadísticas, que suelen ser la presentación de un conjunto de datos obtenidos por una medición sistemática a través del tiempo o el espacio de un grupo más o menos grande de elementos, sin interpretación de ninguna clase o, a lo sumo, de interpretaciones superficiales que únicamente muestran la alteración





sufrida por los elementos medidos a través del estudio realizado sin el mayor cuestionamiento de su causalidad ni aplicación de ningún modelo matemático.

Se pretende que este trabajo sea el primero de varios que analizarán el trasfondo semántico, histórico e incluso filosófico de sus términos más relevantes, así como las circunstancias y consecuencias de la aplicación de sus modelos y sus restricciones y, por último, la interpretación de sus resultados dentro del marco referencial de los problemas concretos referidos a la realidad no estadística.

## PARTE I. Términos básicos

### Definición de Estadística

Llama la atención que casi ninguno de los autores que han desarrollado voluminosos mamotretos sobre el tema, donde hablan desde cosas elementales hasta algunas muy complejas, trata de dar una definición de la disciplina y cuáles son las principales características que la singularizan. Entre las pocas que he encontrado citaré en primer lugar la de Norma Gilbert en su obra *Estadística*:

“La estadística es el campo de la ciencia que se refiere al acopio de datos de número comparativamente pequeño de casos para obtener conclusiones lógicas acerca del caso general.”<sup>2</sup>

Esta acepción, además de redundante, no resulta del todo exacta, ya que no siempre se trata de un número pequeño de casos, sino que el tamaño de ese número pequeño de casos estará en función de otros criterios de los cuales no hace mención, además no explica lo que serían las características esenciales de la materia.

Un segundo libro de los pocos que incluyen una definición es el escrito por Lind, Marchal y Wathen, *Estadística aplicada a los negocios y la economía*:



<sup>2</sup> GILBERT, Norma, *Estadística*, México, Nueva Editorial Interamericana, 1980, p.12.

“Estadística es la ciencia de recopilar, organizar, presentar, analizar e interpretar información para ayudar a tomar decisiones más efectivas.”<sup>3</sup>



Si se entiende que el carácter central de la ciencia es la búsqueda de la verdad, esta definición queda sumamente corta, ¿cuáles serían los principios en los que se funda esta recopilación de información? ¿Es posible que la serie de actividades elementales y meramente operativas que menciona funden una ciencia? ¿En que se basarán ese análisis e interpretación? ¿A qué se refiere cuando se habla de decisiones más efectivas?

Finalmente, citaré un muy reconocido autor, Bernard Ostle, que en su libro *Estadística Aplicada*<sup>4</sup> hace una más seria reflexión acerca de la Estadística, partiendo de lo que es ciencia en general y delimitando, según su criterio, los alcances de la Estadística, hasta llevarla como un auxiliar útil en la investigación, sin pretender darle mayores alcances de los que verdaderamente tiene y resaltando su importancia en cuanto a la toma de decisiones en los problemas que ayuda a solucionar. Según el autor, “hay que considerar a la Estadística como el suministro de un conjunto de herramientas útiles en la investigación”. Si bien es cierto que la definición es demasiado escueta y un tanto reduccionista, considerada dentro del análisis que hace en el libro citado aporta una visión reflexiva de lo que es posible considerar a la Estadística, como un conjunto de herramientas -es decir, modelos- que deberán servir para sacar conclusiones útiles para un investigador.

Una de las cosas que más llama la atención respecto de las definiciones citadas acerca de la Estadística es que ninguna menciona lo que sería la parte medular de la misma. Si se aplica la pregunta ¿Cuándo el análisis de un conjunto de datos es sujeto de aplicación válida de un modelo estadístico? Esto viene al caso si, por ejemplo, se está deseando ordenar alfabéticamente a un grupo de nombres de alumnos, por muchos que sean no valdría la pena aplicar un modelo estadístico ¿por qué? La



<sup>3</sup> LIND, D.A., W. Marchall, S. Wathen, *Estadística aplicada a los negocios y la economía*, 12ª. ed., México, 2006, p.5.

<sup>4</sup> OSTLE, Bernard, *Estadística Aplicada*, México, Limusa, 1983, Cap.1, p.17-29.

respuesta es muy sencilla: porque los conocemos todos, tenemos la certeza de cuáles son y cómo llevar a cabo la tarea.

Aquí es donde aparece el elemento vital que hace falta para sustentar la aplicación de un modelo estadístico: la incertidumbre. Tratando de subsanar esta omisión, se propone la siguiente definición:

**Estadística** es una disciplina constituida por un conjunto de modelos matemáticos propios cuya aplicación tiene por objeto la resolución de problemas a través del análisis del comportamiento de datos que tienen como eje central la incertidumbre.

Esta última aseveración es vital: si no hay incertidumbre no hay estadística. La incertidumbre implica que existe desconocimiento parcial acerca de los factores de un problema, desde los datos mismos, hasta los resultados esperados, que lo afectan más o menos profundamente.

### La incertidumbre

Según se estableció antes, uno de los puntos centrales de la estadística es la incertidumbre, por lo que se iniciará tratando de hacer un análisis de la misma. Incertidumbre es un concepto que, a primera vista parece elemental, pero que entre más se medita en él resulta más escurridizo para determinar su verdadero significado.

Se han hecho múltiples definiciones de la incertidumbre, desde algunas un tanto superficiales, como la que dice:

“La incertidumbre refiere la duda o perplejidad que sobre un asunto o cuestión se tiene. [...] En este sentido del término, la incertidumbre se iguala a un estado de duda en el que predomina el límite de la confianza o la creencia en la verdad de un determinado conocimiento”<sup>5</sup>



<sup>5</sup> Definición de incertidumbre, Definición ABC, <https://www.definicionabc.com/general/incertidumbre.php>  
11 de enero de 2019



Lo anterior nos remite a otros conceptos, “límite de la confianza” y “creencia en la verdad”, sin que se explique a qué se refieren éstos, lo que hace que siga siendo un tanto oscura la definición.

Otra definición más profunda dice que “la incertidumbre, es la imperfección en el conocimiento sobre el estado o los procesos de la naturaleza.”<sup>6</sup>

En esta última se introduce un término, “imperfección en el conocimiento”, que implica un grado de desconocimiento acerca de los elementos constituyentes del problema estudiado y que por mucho esfuerzo que ello implique nunca podrán ser absolutamente conocidos.

Sin embargo, la incertidumbre ha sido objeto de reflexión por parte de muchos grandes pensadores, como Pascal, el cual afirma que:

“Se puede hacer que haya verdaderas demostraciones, pero eso que se demuestra no es cierto, por lo que nada prueba nada, sino que es cierto que todo es incierto.”<sup>7</sup>

Incluso la búsqueda del significado del término de “incertidumbre” ha llegado en nuestros días hasta los ámbitos de matemática y física avanzadas, tal como la propuso en 1927 el físico y filósofo alemán Werner Heisenberg:

“El hecho de que cada partícula lleva asociada consigo una onda, impone restricciones en la capacidad para determinar al mismo tiempo su posición y su velocidad.”

En otras palabras, el principio de incertidumbre nos dice que hay un límite en la precisión con el cual podemos determinar al mismo tiempo la posición y el momento de una partícula<sup>8</sup> o sea, que jamás se llegará a la precisión absoluta de encontrar una partícula, que puede ser subatómica, en un momento de tiempo dado. Si una partícula no puede ser situada en un tiempo y en un espacio precisos, con mayor razón

<sup>6</sup> FAO “Incertidumbre y riesgo”, /Gobierno de Suecia, 1995 <http://www.fao.org/docrep/v8400s/v8400s05.htm> 10/enero/2019.

<sup>7</sup> BORRÁS y Sáinz de Robles, *Diccionario de Sabiduría*, Madrid, Aguilar, 1953, p.585.

<sup>8</sup> El principio de incertidumbre de Heisenberg, <https://www.nucleares.unam.mx/~vieyra/node20.html>, 11/enero/2019



cualquier elemento formado por múltiples partículas cuyo comportamiento es similar en cuanto a imprecisión.



Ferrater Mora en su Diccionario de filosofía dice lo siguiente, al hablar del Principio de Incertidumbre de Heisenberg:

“[...] se muestra la imposibilidad de determinar simultáneamente con la misma precisión el valor de la energía y la coordenada temporal; cuanto más precisa es la medida del primero tanto menos precisa es la del segundo y viceversa.”<sup>9</sup>

Esto nos remite de nuevo a Pascal: “lo único cierto es que todo es incierto”.

Para plantear un ejemplo, aunque sea un poco burdo, acerca de lo dicho, supongamos sé que un equipo de geógrafos quiere hacer una medición de la distancia exacta que hay entre la Ciudad de México y París, en línea recta. Deberá asumir, en primer lugar, que no será precisamente una línea recta, sino que es un arco, atendiendo a la curvatura terrestre; que hay desniveles, tanto en tierra como en mar, que alterarán la medición, por lo que hay que eliminarlos. También deberá establecer los puntos exactos donde comenzará y terminará la medición, el instrumento que se utilizará para hacerla y las unidades que usarán, la velocidad del viento, la hora e incluso el día del año, para eliminar cualquier factor climático que pueda distorsionar la medición. Suponiendo que los geógrafos interesados en la susodicha medición ya tomaron en cuenta todos estos factores y muchos más que pudiera haber y además cuentan con los más modernos instrumentos inventados hasta la fecha: por el principio de incertidumbre de Heisenberg no lograrán medirla exactamente, sino, a lo sumo, tendrán una muy grande aproximación, ya que hay algo que no podrán de ninguna manera controlar, ni siquiera en forma mínima: el tiempo.

El citado es precisamente el error cuando se ha buscado la medida exacta del llamado Metro Patrón, cuestión que nunca se logrará, dado el mismo principio de incertidumbre. Aquí viene al caso una complicación



<sup>9</sup> José Ferrater Mora, *Diccionario de Filosofía*, España, Ariel, 2001, p.1784-1787.



innecesaria que en ocasiones hace la física. En un principio, cuando se inventó el término “metro” a finales del siglo XVIII, se definió como “metro es la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre” refiriéndose específicamente al meridiano que pasa por París, lo cual obviamente conlleva un error en cuanto a su tamaño. En la actualidad el metro se define como “Un **metro** es la distancia que recorre la luz en el vacío durante un intervalo de  $1/299.792.458$  de segundo”, que es una definición mucho más compleja que la primera, que difícilmente se aprenderán los niños en la escuela y que, sin embargo, es igual de incierta que la primera.

Hay que mencionar que, si bien es cierto que el término “incertidumbre” es de muy difícil explicación, aún para los físicos, matemáticos y filósofos, también se debe hacer la aclaración de que hay algunas definiciones que llegan al límite de lo absurdo, sólo hay que remitirse a la joya que da el diccionario de la RAE, la cual dice, a la letra:

“Incertidumbre. Falta de certidumbre.”

con lo cual queda aclarada cualquier duda que un estudioso del tema pudiera tener. Ni Heisenberg lo hubiera hecho mejor.<sup>10</sup>

Hay que decir que la incertidumbre es connatural a todas las disciplinas y está presente en todos sus problemas, que para realizar cualquier progreso tendrán que luchar con ella y que, para lograr un avance en su desarrollo, tendrá que hacer todo lo posible para minimizarla.

Sin embargo, la Estadística –a diferencia de otras disciplinas, que tienen que lidiar con la incertidumbre a querer o no y tratan de minimizarla dentro de sus posibilidades ya que no pueden descartarla– tiene la incertidumbre como parte fundamental. No podría, aunque quisiera, eliminarla ya que estaría atentando contra su propia existencia y esto es algo a tomar en cuenta al plantear cualquier problema estadístico, desde el más elemental, como es sacar una media aritmética simple hasta el más complejo modelo multivariado: todos tienen implícita una fuerte



<sup>10</sup>Diccionario de la Real Academia Española <http://dle.rae.es/?id=LDxc1BE> 11 de enero de 2019



dosis de incertidumbre que no es posible eliminar, y en muchas ocasiones, ni siquiera controlar. Si la estadística lograra, de alguna manera misteriosa, abolir la incertidumbre, dejaría, por ese mismo hecho, de ser un problema estadístico.

Por lo tanto, el resultado obtenido al aplicar un modelo estadístico, que conlleva como premisa indispensable la incertidumbre, tendrá como consecuencia, una dosis de incertidumbre en su resultado, que es necesario tomar en cuenta cuando se desea utilizar ese resultado para tomar una decisión.

No obstante, hay que considerar que hay grados de incertidumbre, porque dependiendo del conocimiento que se tenga acerca del problema planteado y los factores que lo componen, puede establecerse cierto grado de certeza, no completa, por supuesto, que usualmente es diferente para cada uno de esos mismos factores que intervienen en el mismo, lo que lleva a la consideración de una determinación subjetiva de la incertidumbre que conlleva cada factor. Es en este momento cuando se hace presente el que tal vez sea el máximo problema teórico de la estadística como disciplina: la probabilidad.

### Posibilidad y Probabilidad

El concepto de probabilidad, que a primera vista parece sencillo –como todo en estadística– tanto que todo el mundo aplica y habla de él en el lenguaje coloquial e incluso académico, como si en verdad se lo conociera: “es muy probable que consiga el trabajo”, “es probable que apruebe la asignatura”, “es probable que las acciones de la compañía suban”..., y que al momento de hablar de ella dentro de una investigación particular parece resultar trivial, está muy ligado a la incertidumbre: si un hecho no tuviera incertidumbre, no habría probabilidad, sería un hecho cierto. Pero hay pocas certidumbres en el mundo, destacando solo dos: morir y pagar impuestos. Para estos dos hechos absolutamente ciertos, la probabilidad no existe, sucederán y nada más.





Al conocer que existe incertidumbre, al momento de tratar de resolver un problema, primero habrá que decidir qué tan cierto es que un fenómeno pueda suceder; segundo, al establecer que existe incertidumbre hay que tratar de determinar el tamaño de la misma, de otra manera se estaría trabajando a ciegas. Esta determinación del tamaño de la incertidumbre es, precisamente, la probabilidad.

Una primera circunstancia por determinar para establecer la probabilidad de un acontecimiento es si el fenómeno puede ocurrir o no dadas unas condiciones preexistentes; es decir, si el fenómeno es posible o no. Si el fenómeno no puede ocurrir de ninguna manera dentro de las condiciones establecidas por el problema, se puede decir que es imposible.

Ferrater Mora<sup>11</sup> dice que “La posibilidad es una de las modalidades del ‘ser’. De una cosa, de una propiedad, de un hecho, de un proceso, puede decirse que es posible, o que es real, o que es necesario.”

Por otra parte, Abbagnano en su *Diccionario de Filosofía*<sup>12</sup> dice casi de entrada: “Posible es lo que puede ser o no ser”, lo que a primera vista parece un contrasentido, pero que si se hace una pequeña reflexión sobre el término, ni resulta trivial ni tampoco presenta ninguna contradicción.

La posibilidad implica entonces, como cualidad del ser, en primer lugar, el hecho de establecer que es no imposible, o sea, que puede suceder porque si así no fuera no existiría la posibilidad de ser. Si un fenómeno es imposible entonces no se le puede asignar una probabilidad, porque se tiene entonces una certeza: la certeza de que no ocurrirá, por lo que se puede afirmar que la posibilidad al no existir, su probabilidad de ocurrencia es cero. Partiendo de esta premisa, lo necesario debe ser posible, ya que si no fuera posible sería entonces imposible, por lo que se caería en una contradicción.



<sup>11</sup> José Ferrater Mora, *op. cit.*, p.2848-2852.

<sup>12</sup> Nicola Abbagnano, *Diccionario de Filosofía*, México, Fondo de Cultura Económica, 1963, p.931-936.



Por ejemplo, en las condiciones actuales del ser humano no existe la posibilidad que vuele por sus propios medios; es decir, sin alguna ayuda externa ajena a su naturaleza, entonces es un fenómeno imposible, del cual no hay incertidumbre al establecer su ocurrencia. Por el contrario, se tiene que la justicia debería ser aplicada de la misma manera para todos los seres humanos. Sabemos que esto no ocurre; sin embargo, es necesario que así fuera. El hecho de que sea necesario implica que es posible, aunque en la vida cotidiana no se haya visto nunca.

Con la determinación de posibilidad o imposibilidad de un fenómeno se establece una primera característica de la probabilidad: si no es posible, no tiene incertidumbre y, por lo tanto, su probabilidad de ocurrencia es igual a cero y nunca será menor a este límite, ya que no puede haber incertidumbre negativa. Tal vez esta circunstancia es una de las pocas certezas que tiene la estadística: el límite mínimo de la probabilidad de ocurrencia de un hecho es que no pueda ocurrir, por eso mismo la probabilidad de ese límite mínimo es cero.

Del otro lado, si se tiene la absoluta certeza de que algo ocurrirá, entonces no se habla de un problema estadístico, porque éste, por la naturaleza misma de la disciplina, no puede ser absolutamente cierto, dejaría de ser estadístico, como ya se dijo antes. A este punto máximo de la probabilidad se le ha dado, el número 1, basados en el cálculo de ciertos hechos que se verán más adelante al hacer la cuantificación de la probabilidad. De esta manera la probabilidad de ocurrencia de un fenómeno posible, siempre se moverá dentro de los límites  $0 < P(F) < 1$ , sin poder ser menor o mayor a este intervalo.

Fuera de estas certezas, todo se vuelve incierto. En general, la probabilidad se establece como un número que oscila entre los límites antedichos, por lo que puede afirmarse que es la cuantificación de una posibilidad, tal como afirma

Iván T. Frolov, en su *Diccionario filosófico abreviado*:

“Probabilidad es el grado de posibilidad de que ocurra cualquier suceso [...] La probabilidad se presta a un cálculo cuantitativo, y su cómputo es el objeto

de la teoría matemática de la probabilidad, que examina las leyes por las que se rigen los fenómenos y sucesos en masa, de los cuales cada uno por separado puede ser un fenómeno o suceso accidental.”<sup>13</sup>



Dando por hecho que algo es posible ¿qué tan posible será? Se sabe cómo algo cierto –por lo tanto, con probabilidad igual a 1, en consecuencia, no será un fenómeno estadístico– que cualquiera que lea esto morirá, pero ¿cuándo ocurrirá? ¿bajo qué circunstancias? ¿dónde estará en el momento de su muerte? Estos hechos no se conocen ciertamente y son los que serán sujetos de estimación de probabilidad, Aunque todos tendremos que morir, no es igualmente probable que ocurra el día de mañana para un joven de treinta años que para un anciano de noventa; sin embargo, si el joven de treinta años tiene una enfermedad incurable y muy grave y el anciano está sano, puede resultar más probable que muera aquél primero.

Por lo general cualquier problema estadístico, por elemental que sea, está compuesto de varios componentes, unos bien conocidos, otros sólo parcialmente conocidos y muchos más desconocidos por completo; por lo tanto, no tienen para el investigador el mismo grado de incertidumbre, pero que no obstante están afectando al problema de forma constante. En este momento el investigador deberá establecer prioridades y, aunque con esto pierda exactitud, determinar cuáles de los componentes del problema son verdaderamente importantes para él, sin que olvide que, en ocasiones, algunos de los que ha considerado intrascendentes puedan incidir de forma determinante en sus resultados.

En un primer lugar deberá comprobar que todos esos componentes de su problema tienen posibilidad de ocurrencia, lo cual, en la mayoría de los casos, se puede establecer; sin embargo, el hecho de que todos sean igualmente posibles no quiere decir que sean igualmente probables. En la definición anterior, Frolov concluye con la aseveración que cada uno de los fenómenos o sucesos que intervienen para establecer la



<sup>13</sup> FROLOV, Ivan T. , *Diccionario filosófico abreviado*, Ediciones Pueblos Unidos, Montevideo 1959.

probabilidad de algo, tomados por separado pueden ser fenómenos o sucesos accidentales.



### Cuantificación de la posibilidad: la probabilidad

Si ya se admitió que cierto fenómeno es posible, ¿qué tan posible puede resultar? ¿cómo se asignará un valor a esa posibilidad? No es lo mismo pensar en el hecho de que una persona sufra un accidente laboral dentro de las instalaciones de una empresa a que mañana se revalúe el peso frente al dólar ¿Ambos hechos son posibles? Sí, sí lo son; por lo tanto, los dos son sujetos de probabilidad, pero conllevan diferencias esenciales que se deben conocer: en cuanto al accidente laboral solamente resultaría no posible si el individuo en cuestión no asistiera a su trabajo o que la empresa no tuviera labores ese día precisamente, pero si es un día normal de trabajo resulta perfectamente posible que ocurra el accidente, aun tomando todas las precauciones posibles. Respecto a la revaluación del peso frente al dólar se tendrían que hacer una serie de cálculos de lo ocurrido en el transcurso del tiempo difíciles de considerar, pero que deberán involucrar las circunstancias económicas, sociales e incluso políticas de ambos países. Ambos ejemplos implican probabilidades de ocurrencia diferentes que además se pueden alterar por múltiples circunstancias, una de las cuales es precisamente el tiempo.

Lo anterior se ha dicho con la intención de hacer notar que, aunque ambos fenómenos son posibles, su cuantificación no es asimismo fácil de establecer, por lo que no es igualmente sencillo o complicado cuantificar la posibilidad para establecer una probabilidad. Lo que sí puede decirse es que, además de ser posibles, en cada uno de ellos inciden una gran cantidad de circunstancias, llamadas variables (concepto éste sobre el que se volverá más adelante), que en algunos casos pueden ser conocidas y controladas –casi nunca en forma absoluta, por el mismo principio de incertidumbre– en tanto que en otros no solamente son incontroladas, sino incluso completamente desconocidas para el investigador interesado.





Las primeras expresiones formales en cuanto al cálculo de la probabilidad a partir de hechos posibles fueron establecidas gracias a los vicios humanos, en específico por los jugadores de dados. Los dados es un juego que viene de muy antiguo, que se considera como una modificación de los juegos de tabas, que ya practicaban los griegos con huesecillos de animales, que se supone lo habían heredado de los egipcios, Este juego implicaba una serie de lanzamientos y según iban cayendo al piso hacían ganar o perder a cada uno de los jugadores. No sería difícil pensar que algunos de los jugadores hayan tratado de conocer de alguna manera, incluso recurriendo a la magia o la adivinación, la probabilidad de ganar.

Con el paso de los años se siguió pretendiendo, por parte de jugadores empedernidos, determinar qué tan posible resultaba ganar un cierto juego, ya fuera de dados o de cartas y recurrieron a matemáticos para que les hicieran un cálculo de la probabilidad de ganar. Pierre Simón de Laplace, matemático francés nacido a mediados del siglo XVIII, en su *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, escrito en 1795, después de reflexionar sobre lo realizado acerca del tema de las apuestas del Caballero de Meré, desarrollado por parte de Fermat y Pascal a petición del propio Caballero de Meré, propone, entre otras cosas, diez principios generales del cálculo de las probabilidades, que hasta la fecha se siguen utilizando y de los cuáles se citarán los dos primeros:

- Primer principio. Definición de probabilidad, es a saber la razón entre el número de casos favorables y el de todos los casos posibles.
- Segundo principio. Los distintos casos son igualmente posibles. Si no lo son, habría que determinar primero sus posibilidades respectivas. La probabilidad sería la suma de las posibilidades de cada caso favorable.<sup>14</sup>



<sup>14</sup> Pierre Simón de Laplace, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, citado por Alberto Campos, *Revista Colombiana de Estadística*, Volumen 27 No 2, p. 153 a 177. Diciembre 2004.  
[https://www.emis.de/journals/RCE/V27/V27\\_2\\_153Campos.pdf](https://www.emis.de/journals/RCE/V27/V27_2_153Campos.pdf)





A pesar del determinismo que establecía Laplace, según el cual cualquier asunto del universo puede ser conocido y lo único que lo impide es la incapacidad del cerebro humano para abarcarlo, que a la fecha se ha visto rebasado, entre otros, por Heisenberg, estos principios dieron lugar a la llamada por muchos autores Probabilidad Clásica, que se pueden aplicar a muchos fenómenos, entre los que se incluyen los juegos de azar, como la lotería de México.

Sería de este tipo de probabilidad la que se cita cuando se habla del primer y segundo principios de Laplace y un ejemplo sería que una persona con un billete de lotería tendría, en el caso del llamado “sorteo gordo”, una probabilidad de ganar el premio mayor de  $1 / 240\ 000$ , según el cual el numerador representa el número de billetes que tiene la persona que adquirió el billete y el denominador la cantidad total de billetes emitidos para dicho sorteo, bajo el supuesto de que todos los boletos son lo suficientemente parecidos entre sí como para ser considerados iguales y que, por lo tanto, cualquiera de los números tiene la misma posibilidad de aparecer. En general, es posible obtener tener la probabilidad de este tipo y su cálculo no resulta difícil de realizar, siempre y cuando se cuenten con las condiciones necesarias para hacerlo; esto es, que todas las posibles respuestas sean conocidas, tal como lo propone Laplace. Todos los juegos llamados “de azar” – suponiendo que hay honestidad– son sujetos de la probabilidad clásica, ya que sus posibles respuestas son conocidas y equiprobables.

Sin embargo, existen múltiples fenómenos en los cuales esta condición no se cumple; es decir, las posibles respuestas no son equiprobables ni sus probabilidades respectivas son conocidas; es decir que no todas las respuestas son igualmente posibles e incluso hay muchas ocasiones en que ni siquiera se puede conjeturar qué tan posibles pueden ser, e incluso cuáles podrían ser esas respuestas, por lo que hay que suponerlas a través de las repeticiones del evento, suponiendo que entre más repeticiones haya de una respuesta particular, más cerca se estará de conocer la probabilidad real del fenómeno. Este es el segundo tipo de cálculo de probabilidad llamado de frecuencia relativa.



En el caso de la Frecuencia Relativa, muy utilizada en los fenómenos administrativos gracias a la gran cantidad de circunstancias concurrentes en los mismos, antes de tratar de calcular su probabilidad, se deberán tomar en cuenta los siguientes hechos:

- Cuántas respuestas son posibles, si es que se pueden establecer y qué tanto se conocen cada una de ellas.
- Qué tan importante es una respuesta particular para el problema que se investiga.
- Cuáles serían las consecuencias de no tomar en cuenta una cierta respuesta, porque en un primer momento no fue considerada relevante.
- Qué factores aparentemente ajenos al problema pueden alterar los posibles resultados del mismo al incidir inesperadamente en el mismo.

En el caso de la probabilidad clásica se conocen todas las respuestas posibles, no hay lugar a más, a menos que se modificara el problema; además, se sabe que todas y cada una tienen la misma probabilidad de ocurrencia, pero en este segundo caso, no se tiene toda esa información. Tal vez se pueda conocer cuántas veces ha estado el peso cercano al precio del dólar, pero bajo qué circunstancias históricas, tanto de ambos países como en el ámbito internacional, durante cuánto tiempo y muchas más consideraciones. Todas estas suposiciones no permiten utilizar el concepto de probabilidad clásica y se tiene que recurrir a una serie de hechos conocidos previamente para establecer los diferentes factores importantes que pudieran distorsionar el problema.

En la actualidad se está utilizando un tercer tipo de estimación del grado de probabilidad de un fenómeno, llamado probabilidad subjetiva, que está basada en el conocimiento previo y no necesariamente matemático que uno o más sujetos tienen acerca de la ocurrencia de un cierto hecho único, del cual no es posible que pueda haber una equiprobabilidad con ningún otro ni tampoco se puede repetir el experimento varias veces, aún con todas las salvedades que se quieran incluir. Hay autores que





hacen a un lado este tipo de probabilidad, porque depende de cada individuo y no está basada en un cálculo matemático conocido.

Sin embargo, en muchas ocasiones, más allá de las casualidades, este tipo de estimación de la probabilidad se ha revelado como algo de gran utilidad para la toma de decisiones administrativas: lanzar o no al mercado un producto nuevo, cambiar la localización de una planta industrial, nombrar a un nuevo gerente, por mencionar algunos. También es cierto que la persona o personas encargadas de establecer la probabilidad de algún hecho concreto deberán tener por lo menos tres características no cuantitativas respecto al mismo: 1) Conocer a fondo el hecho acerca del cual se está estimando la probabilidad. 2) Conocer el entorno social, material, político, etc., que rodeará al propio hecho. 3) Poseer ese elemento tan difícil de definir llamado “intuición”, que, *grosso modo* se ha definido como “facultad de conocer de modo inmediato la verdad sin previo razonamiento lógico”<sup>15</sup>. Sin entrar a fondo en este último término, la llamada probabilidad subjetiva – aunque en realidad cualquier tipo de probabilidad tiene un alto grado de subjetividad– tiene en la actualidad un enorme futuro, sobre todo para decisiones de alto nivel de hechos únicos e irrepetibles, no obstante, asimismo, se ha revelado como una fuente inagotable de charlatanería, a la cual hay que controlar.

A pesar de todas estas complejidades, en cuanto al cálculo, aún queda lo que sería la parte más difícil de las probabilidades: una vez que haya sido calculada de cualquier manera la probabilidad de ocurrencia de un fenómeno, ¿qué significa el número resultante? Si de un determinado hecho se ha llegado a la conclusión de que tiene una probabilidad de ocurrencia del 95% ¿qué quiere decir esto? Formalmente hablando se podría afirmar que de cada cien veces que se repitiera el experimento, 95 arrojarían el resultado esperado, mientras que 5 darían uno diferente, lo cual en general es una falacia. Esto nos remite a que las conclusiones



<sup>15</sup> Diccionario filosófico, p.246-247, 1965, <http://www.filosofia.org/enc/ros/intu.htm> recuperado el 7 /feb/ 2019.



verdaderas a que se puede llegar cuando se menciona “un 95% de probabilidad” son las siguientes:

- La probabilidad de un evento es mayor o menor o igual a otro similar.
- La incertidumbre para tomar una decisión respecto al resultado obtenido es menor que antes de aplicar el modelo estadístico.

Esto lleva a algo muy importante que debe tomar en cuenta cualquier investigador que esté apoyando su trabajo en modelos estadísticos: le debe quedar claro que al tomar una decisión con base en una probabilidad –por bien calculada que esté y que se hayan sido tomados en cuenta todos los factores imaginables– no tiene ninguna certeza y que, a pesar de todo, puede cometer una equivocación.

En primer lugar resulta imposible repetir el experimento –tal como se le llama en estadística– de forma idéntica a como se hizo la primera ocasión, precisamente por el principio de incertidumbre de Heisenberg; en segundo término, en general, no resulta posible hacerlo, generalmente por carencia de recursos financieros, de tiempo y tecnológicos; por último, por la aparición más frecuente de lo deseable de un elemento aún más escurridizo que todos los que han sido mencionados hasta el momento: el azar.

### El azar

El concepto de azar ha sido debatido desde antes de Aristóteles y ha habido muchas corrientes que opinan una cosa y otra acerca del mismo, desde los que opinan que no existe mas que como un concepto<sup>16</sup>, hasta los que lo asimilan al de probabilidad; los que dicen que azar es la ausencia de una causa eficiente definida y los que dicen que es algo que no puede ser establecido a través de un algoritmo, entre otras muchas.

Es muy frecuente confundir el término azar con el de probabilidad, cuando en realidad se está hablando de cosas diferentes; esta confusión



<sup>16</sup> FRABETTI, Carlo, *Azar, orden y caos*, [https://www.lahaine.org/est\\_espanol.php/azar-orden-y-caos](https://www.lahaine.org/est_espanol.php/azar-orden-y-caos) 004



deviene en gran medida del término “juego de azar”, que es un pasatiempo –con pérdida de dinero, por lo general– que se juega sin conocer cuál de sus resultados posibles será el que se muestre; sin embargo, al jugar en este tipo de juegos en realidad se están señalando aquellos resultados que tienen una probabilidad máxima de éxito o, por lo menos, conocida que puede ser calculada, mientras que el azar no la tiene.

Al hablar de posibilidad se decía que puede tener dos vertientes, un hecho puede ser o puede no ser: si es posible podrá suceder y también podrá ser calculada el tamaño de la probabilidad de su ocurrencia; sin embargo, un hecho al azar puede suceder; en otras palabras, se conoce que es posible, pero no se puede calcular su probabilidad de ocurrencia. Un ejemplo: al viajar en un avión es posible calcular la probabilidad de llegar con bien a su destino, pero también es posible calcular la probabilidad de no llegar, desde que le pueda ocurrir un accidente mecánico al aparato, hasta la ocurrencia de un factor climático que lo desvíe, un atentado y muchas cosas más. Todos estos últimos no se puede decir que son factores azarosos, ya que tienen probabilidades que pueden ser calculadas de una manera u otra; pero a nadie se le ocurriría tratar de calcular algo francamente fuera de control, como sería que el avión fuera derribado por una lluvia de meteoritos que no hubiera sido detectada, provenientes del espacio. Esto sería un hecho azaroso, ya que sí es posible su ocurrencia, pero no existe ninguna base en que fincar su probabilidad. Una primera característica del azar es que sí tiene posibilidad de ocurrencia, ya que es algo relativo a un hecho que sí existe.

Esto define la segunda característica del azar, su excepcionalidad. No es factible calcular su probabilidad porque es un acontecimiento que tal vez nunca se había presentado y que difícilmente volverá a suceder. Desde este punto de vista puede decirse que es un acontecimiento accidental, que no responde a ninguna cadena de acontecimientos que, aunque tengan una probabilidad pequeña, resulta posible calcularla.



Ferrater Mora<sup>17</sup> dice al respecto:



“El que sea [un suceso] accidental excluye que sea necesario. Pero no implica el que sea absurdo o inexplicable. Común al azar y a la suerte es el hecho de designar acontecimientos “excepcionales” que tienen lugar cuando se entrecruzan series causales independientes.”

Esto último es de suma importancia: pueden existir dos o más series de acontecimientos causales a los que internamente se les puede asignar o calcular una serie de probabilidades, pero que son independientes entre sí y que no se puede esperar que intervengan de alguna manera una con la otra. En el ejemplo del avión citado antes, una serie causal estaría definida como el vuelo mismo con todos los riesgos que pueden ser calculados y pudieran afectar al avión en su ruta y otra serie causal es la lluvia de meteoritos que no había sido detectada antes. Ambas series causales tienen un orden interno propio, pero la coincidencia en el tiempo y el espacio de ambas series producen un resultado que no puede ser previsto de ninguna forma. Este es, precisamente, el azar.

Debe quedar claro que probabilidad y azar son cosas diferentes. La primera es la cuantificación de la ocurrencia de un evento en circunstancias conocidas incluso cambiantes y la segunda no tiene cuantificación, es un mero accidente y sus circunstancias no se pueden conocer y mucho menos modificar.

Cuando los modelos estadísticos se aplican, en muchas ocasiones se hace referencia a algo llamado “error”. Este es precisamente el azar, ya que es algo que no puede tener una cuantificación porque su ocurrencia es casi imposible.

### La aleatoriedad

Un concepto íntimamente relacionado con el azar, e igualmente difícil de explicar, es el de aleatoriedad. Se dice que un fenómeno es aleatorio cuando no se conocen las causas reales de su ocurrencia, sin embargo, puede afirmarse que una de sus causas teóricas es el azar. En este punto cabe hacer la aclaración que quienes han estudiado el fenómeno de la



<sup>17</sup> FERRATER Mora, *op.cit.*, p.290-291.



aleatoriedad establecen que hay dos tipos de causas que no se conocen: las que son debidas a la ignorancia de los seres humanos o a sus carencias de cualquier tipo, ya sean económicas, sociales o técnicas, pero que solventadas estas carencias y con los estudios necesarios pueden llegarse a conocer y que fueron estudiadas desde la época de Laplace y causas que, a pesar de cualquier adelanto en el conocimiento humano, resultan imposibles de conocer. Las primeras dan por resultado un fenómeno aleatorio con posibilidad de ser conocido y las segundas son auténticamente fenómenos aleatorios que tienen como base el azar.<sup>18</sup>

Pueden entonces establecerse tres tipos de fenómenos aleatorios:

- Los que sí se conocen las leyes que los rigen, aunque sea de forma parcial y entonces es posible calcular una probabilidad de su ocurrencia, tal como ocurre en gran cantidad de operaciones dentro de las fábricas: se conoce con una muy razonable certeza cuántos productos saldrán defectuosos de una cierta línea de producción, siempre y cuando se conozcan sus parámetros de inicio y cuyo estudio puede hacerse basándose en cálculos probabilísticos con el fin de tomar decisiones.
- Los que no se conocen las leyes que los rigen debido a carencias humanas, aunque sí se conoce que pueden existir una gran cantidad de fenómenos que pueden afectar el resultado; algunos serán conocidos y es posible estimar su probabilidad de ocurrencia; otros pueden ser conocidos, pero no es posible estimar su probabilidad de ocurrencia y otros serán completamente desconocidos. En México hay un ejemplo claro de este tipo de fenómenos aleatorios en la ocurrencia de terremotos: se puede establecer un protocolo de seguridad en una empresa, porque se sabe que, tarde o temprano, habrá un sismo; sin embargo, no se puede estimar *a priori* la magnitud del mismo, aunque pueda suponerse con base en experiencias pasadas y



<sup>18</sup> Carmen Batanero Bernabeu y Luis Serrano Romero, *La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas*, UNO, 5, 15-28, 1995



- finalmente, no ha sido posible conocer, hasta la fecha, cuándo temblará.
- El tercer tipo de fenómenos aleatorios son aquellos de los cuales no existe ni siquiera un atisbo de las leyes, si es que existen, que los rigen. ¿Cómo saber si el ejecutivo que establecerá un plan para sacar adelante una empresa morirá de un infarto antes del llegar a la oficina? Esto, que no deja de ser un fenómeno aleatorio, no puede estar regido por la frecuencia relativa de llevar cuenta de a cuántas personas les ha ocurrido algo así, ya que no existe y es muy posible que nunca pueda ser determinada, una ley que lo indique o un algoritmo con el cual hacer el cálculo respectivo.

Resulta muy importante hacer notar que cuando es posible prever un fenómeno aleatorio, aún sin conocer a ciencia cierta cuándo y de qué manera ocurrirá se deberán tomar las medidas pertinentes para hacer frente al mismo con el fin de que, sobre todo, dentro de una organización, no tome desprevenido al administrador y pueda poner en práctica medidas de seguridad física, financiera, o de cualquier otra naturaleza, que ayuden a minimizar hasta donde sea posible, la incidencia de alguna amenaza que pudiera afectarla, pero sin dejar de tener presente que hay fenómenos aleatorios que son prácticamente debidos al puro azar y de los cuales, en ocasiones, no se tiene ni la menor idea de su existencia y que se presentan sin el menor anuncio. ¿Qué se puede hacer en estos casos?

Para concluir, citaré un autor, que un poco en serio y otro tanto en broma, dice: “en realidad no sabemos con certeza *qué* gobierna esa aleatoriedad perfecta, si es que acaso la «gobierna» algo [...] ¿Realmente existe el puro azar? ¿No será algo intrínsecamente predeterminado en el tejido del universo?”<sup>19</sup>



<sup>19</sup> POR @ALVY— 23 DE JULIO DE 2014, recuperado el 13 de junio de 2019, <https://www.microsiervos.com/archivo/azar/que-es-la-aleatoriedad.html>



## Algunas consideraciones finales



- Los conceptos de los que se ha hablado en el presente trabajo, de los cuales no se descarta que puedan ser estudiados mucho más profundamente, constituyen la base para la comprensión efectiva de la Estadística en cualquier rama del saber, en este caso particular, en las disciplinas financieras y administrativas.
- La Estadística es una disciplina que tiene un lenguaje y condiciones propios que se deben tomar en cuenta en el momento de aplicar sus modelos, considerando como algo fundamental las dificultades de la aplicación de términos de gran complejidad y las implicaciones que conllevan su aplicación indiscriminada.
- Este trabajo tiene como finalidad principal que los investigadores se den cuenta de la problemática real que desde un inicio tiene la aplicación de un modelo estadístico para que sea útil y no una mera acumulación de números y supuestos que no conducen a ninguna conclusión válida para la toma de decisiones o la obtención de conclusiones y que por este mismo hecho no logran que haya un avance trascendente en la rama del saber que estén manejando y que no es por lo común, estadística.
- Se planea seguir estudiando todo el trasfondo científico y hasta filosófico que tiene la Estadística para que deje de ser solamente una mala herramienta para probar supuestos que no tienen fundamento –o para tener pretexto para participar en congresos y otros eventos afines– y comience a plantear el verdadero significado que debe tener: ser un apoyo para la investigación, disminuyendo, hasta donde le sea posible la incertidumbre y permitiendo, de esta manera, que puedan ser tomadas las mejores decisiones posibles bajo determinadas circunstancias.

## Referencias

- ABBAGNANO, Nicola, *Diccionario de Filosofía*, México, Fondo de Cultura Económica, 1963.





BATANERO Bernabeu, C. y Luis Serrano Romero, *La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas*, UNO, 5, 15-28, 1995

BORRÁS y Sáinz de Robles, *Diccionario de Sabiduría*, Madrid, Aguilar, 1953, p.585.

DÍAZ MATA, Alfredo, *Estadística aplicada a la administración y la economía*, México, McGraw-Hill, 2013, p. 1

FERRATER MORA, José, *Diccionario de Filosofía*, España, Editorial Ariel, 2001

FROLOV, Ivan T., *Diccionario Filosófico Abreviado*, Ediciones Pueblos Unidos, Montevideo 1959.

GILBERT, Norma, *Estadística*, México, Nueva Editorial Interamericana, 1980.

LIND, D.A., W. Marchall, S. Wathen, *Estadística aplicada a los negocios y la economía*, 12ª. ed., México, 2006.

OSTLE, Bernard, *Estadística Aplicada*, México, Limusa, 1983.

RINCÓN, Luis, *Introducción a la probabilidad*, Departamento de Matemáticas, Fac. de Ciencias, UNAM, 2014.

### BIBLIOGRAFIA ELECTRÓNICA

Definición de incertidumbre, Definición ABC, <https://www.definicionabc.com/general/incertidumbre.php> recuperado el 11 de enero de 2019.

Diccionario de filosofía, Editorial Progreso, <http://www.filosofia.org/enc/ros/intu.htm> recuperado el 7 /feb/ 2019

Diccionario de la Real Academia Española

<http://dle.rae.es/?id=LDxc1BE> recuperado el 11 de enero de 2019



El principio de Incertidumbre de Heisenberg  
<https://www.nucleares.unam.mx/~vieyra/node20.html>,  
recuperado el 11 de enero de 2019.



FAO "Incertidumbre y riesgo", /Gobierno de Suecia, 1995  
<http://www.fao.org/docrep/v8400s/v8400s05.htm> recuperado el  
10/enero/2019.

FRABETTI, Carlo, *Azar, orden y caos*,  
[https://www.lahaine.org/est\\_espanol.php/azar-orden-y-caos\\_004](https://www.lahaine.org/est_espanol.php/azar-orden-y-caos_004)  
Recuperado el 15 de febrero de 2019.

Pierre Simón de Laplace, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, citado  
por Alberto Campos, *Revista Colombiana de Estadística*, Volumen 27  
No 2. Pags. 153 a 177. Diciembre 2004.  
[https://www.emis.de/journals/RCE/V27/V27\\_2\\_153Campos.pdf](https://www.emis.de/journals/RCE/V27/V27_2_153Campos.pdf)

